静電気学会誌，7，2 (1983) 114-123

論　　文

ポッケルス素子による放電空間中の電界測定

日 高 邦 彦*，河 野 照 哉**

(1982年7月7日受理)

A New Method of Electric Field Measurements in Corona Discharge Using Pockels Device

K. HIDAKA* and T. KOUNO**

(Received July 7, 1982)

The electric field distorted by impulse corona discharges is measured by means of the optical method using a Pockels device. The present technique has an advantage of measuring directly the rapidly changing electric field in corona discharge spaces. However, the problem of the field disturbance in the Pockels device due to surface charges attached on it remains. The surface charges attached by ion bombardment are theoretically estimated in the cylindrical co-ordinate system and the electric field in the device is derived. It is found that the problem of the field disturbance is completely solved by measuring simultaneously the electric field at two points in the device. The availability of the method is verified experimentally. It is succeeded to measure the real external field without the field disturbance due to the attached charges. This method is applied to the measurement of the electric field distribution in a needle-to-plane gap with corona discharges. The temporal and spatial change of the field due to the movement of space charges is measured.

1. まえがき

UHV 機器におけるコロナ放電の防止や，電気集塵装置におけるコロナ放電の有効利用などを検討するうえで，空間電荷の発生，移動を把握することが必要不可欠である．それを実現するために，空間電荷が存在する場において，正確な電界の情報を得たいという要請がある．近年のめざましいコンピュータの発展に伴い，数値電界計算が電界解析の有力な手段になってきた[1]．しかし，空間電荷が存在するような，いわゆるポアソン場においては十分な精度をもって数値計算をすることは困難である．そこで電界の実測をもとにした解析が重要になってくる．電界を測定する手法としては，大別して，(1)電位の測定から電界を求める[2-6]，(2)鋼球落下法により電界を求める[7-9]，(3)プローブ，フィールドミルにより電界を測定する[10-12]，(4)複屈折効果を利用し電界を測定する[13]の四つのものがあった．

従来の測定法は，空間電荷が存在する空間の電界を，応答特性もよく直接計測するという点において十分とはいえなかった．著者らは，1890 年代に発見されたポッケルス素子[14]を応用した新しい電界測定法により，これらの問題を解決した[15]．この測定手法の特長は，(1)ポッケルス素子（電気-光変換器）が絶縁物である，(2)電界の情報を光へ交換する場合，電気回路を必要としない，(3)応答周波数が DC～GHz である，などである．

放電空間の電界を測定する場合，空間電荷（イオン，電子等）がポッケルス素子表面に付着し，真の電界を測定することは困難である．本論文では，ポッケルス素子内の２箇所の電界を同時に測定することにより問題を解決した．その結果，コロナ放電が生じているギャップ長 20cm の針対平板電極における空間的，時間的電界の変化を正確に測定することができた．

2. 実験の原理および方法

ある種の結晶に外部電界が加わったとき，その結晶の屈折率が電界の大きさに比例して変化する性質をポッケルス効果という．ポッケルス効果を用いた電界測定系を

* 防衛大学校電気工学教室（239 横須賀市走水 1-10-20）
Department of Electrical Engineering, The National Defense Academy, 10-20, Hashirimizu 1-chome, Yokosuka, 239 Japan
** 東京大学工学部電気工学科（113 東京都文京区本郷 7-3-1）
Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, University of Tokyo, 3-1, Hongo 7-chome, Bunkyo-ku, Tokyo, 113 Japan

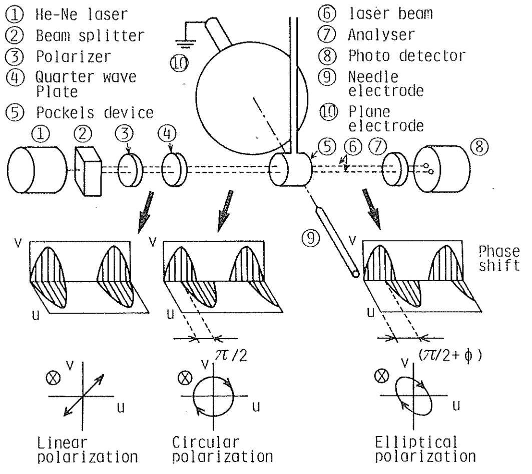

図 1　電界測定系の実験装置の概略

Fig. 1　Experimental arrangement for electric field measurement.

図1に示す．測定系は，レーザ光源，ビームスプリッタ，偏光子，1/4 波長板，ポッケルス素子，検光子，受光部から構成されている．レーザ光源から出た光は，ビームスプリッタで二つのビームに分けられ，ポッケルス素子内の2箇所を伝播するようになっている．静電界の測定においては一つのビームだけで十分である．空間電荷が存在する場合に二つのビームを用いる．ビームスプリッタを出た光は，偏光子および 1/4 波長板を通過して円偏光になる．円偏光とは，二つの偏波方向（図1の u, v 軸参照）において，位相が $\pi/2$ ずれているものを指す．ここで，ポッケルス素子の内部では，u 軸方向の偏波成分に対してポッケルス効果が生じるとする．このとき，素子に電界が加わっていると，素子内を伝播する u 軸方向の偏波成分に対して屈折率変化が生じ，伝播速度が変化する．その結果，素子を通過した後の光は，u, v 2軸の偏波成分間で新たに位相差 ϕ が生じる．この ϕ が印加電界の大きさの関数になっている．さらに，ϕ の変化は，検光子を通過して光の強度変化に変換される．

最終的に受光部で検出される光の強度 I は，次式で与えられる[16]．

$$I = a\{\sin(bE) + 1\} \qquad (1)$$
$$b = 2\pi n_0{}^3 r_p l/\lambda$$

a：定数，E：印加電界，n_0：素子固有の屈折率，r_p：ポッケルス係数，l：素子内の光路長，λ：光の波長

電界がある範囲内にあるときには，光の強度 I は電界 E と線形の関係にある．

3.　ポッケルス素子の基本的な特性

3.1　望ましい素子の物性

ポッケルス素子を選択する場合に，ポッケルス効果が大きい，すなわちある印加電界に対してより大きな屈折率変化が生じるもののほうが，測定感度の面から望ましい．しかし，空間における電界計測を考えると，素子の誘電率，抵抗率，圧電定数，自然複屈折率の有無などについても検討しておく必要がある．表1において，代表的なポッケルス素子材料のもつ物性の比較を行なった．

まず誘電率について考えると，素子を測定空間に挿入したことによる影響を小さくするために，素子の誘電率は測定環境の誘電率に近いことが望ましい．つまり，気体中の電界測定においては誘電率の小さいほうがよい．

抵抗率においても，誘電率と同様に，素子と測定環境の抵抗率は等しいことが望まれる．とくに，気中におけ

表 1　おもなポッケルス素子の特性比較

Table 1　Comparison of characteristics of typical Pockels crystals.

Materials	Point-group symmetry	Pockels effect $2\pi n_0{}^3 r_p/\lambda_0$ ($10^{-5}V^{-1}$)	Specific dielectric constant	Specific resistance ($\Omega\cdot$cm)	Piezoelectric constant (10^{-12} C/N)	Natural birefringence	Note
$LiNbO_3$ $LiTaO_3$	3 m	40-300	ε//c-50 $\varepsilon\perp$c-100	～10^{16}	—	Exist*	Strong light beam yields photo-damage
ADP KDP	$\bar{4}$2 m	～30	ε//c-20 $\varepsilon\perp$c-50	10^{10}-10^{14}	～30	Exist	Brittle
Quartz	32	～1	～4	Large	～2	Exist but small	Rotary polarization exists
$Bi_{12}SiO_{20}$	23	～60	56	10^{15}	—	None	New crystal
ZnS ZnTe	$\bar{4}$3 m	30-80	7-10	10^7-10^8	～3	None	High quality crystal is not placed on the market

λ_0=632.8 nm，c：optic axis.
* If laser beam is transmitted along optic axis, natural birefringence does not occur.

る直流場の電界測定においては，抵抗率が大であることが好ましい．

素子の圧電性が強いと，3.2 節で述べるように，素子の圧電振動に起因する振動波形が測定波形に重畳する傾向がみられる．したがって，圧電定数は小さいほうが望ましい．

結晶内を伝播する光の二つの偏波方向に対して，元来，異なる屈折率を有する場合があり，これを自然複屈折率と呼んでいる．自然複屈折があると，それによって生じる光の偏波方向間の位相差 ϕ_0 が，ポッケルス効果によって生じる位相差に加わる．この ϕ_0 は，検光子の方向を回転させることによりゼロにすることができる．ただし，自然複屈折の大きさには温度依存性があり，温度変化に対して検光子による調整が必要になる．したがって，自然複屈折がない素子を選んだほうが取り扱いやすいといえる．

表1からわかるように，以上で述べた望ましい物性を完全に満足する素子材料は現在のところないと思われる．よって，測定条件に応じて素子材料を選択する必要がある．

3.2　使用した素子およびその応答特性

本実験では，ZnS および KDP (KH_2PO_4) を用いて電界測定を行なった．おのおのの素子は，アクリル製ホルダで支持されている．ポッケルス素子の寸法，結晶軸の方向およびホルダの寸法を図2に示す．また同図には検光子の方向も示してある．図2に示したように素子，検光子を配置すると，図中の方向の電界成分 E が測定できる（この点は本節の最後で説明を加える）．

ホルダで支持された素子を，ギャップ長 4cm の平行平板電極間に配置し，各種応答特性を検討した．印加電界の大きさと電界測定系の受光部出力との関係を図3に示す．図3から，印加電界が 0～30 kV/cm の範囲において，印加電界と出力との間に直線関係のあることがわかる．

次に立上り時間が 2μs のインパルス電圧を電極間に印加したときに観測される受光部出力波形を図4に示す．図4よりインパルス波形のピーク以降において，原波形に振動波形が重畳しているのが見られる．この振動波形は，圧電現象によって引き起こされた，素子自体の固有振動が光の信号に変換されたために現われたと考えられる．一方，固有振動数成分を含まない電界，たとえば立上り時間が 10 μs 以上のインパルス状電界に対しては，振動波形はまったく観測されない．一般に，ポッケルス効果自体は 10^9 Hz を越える急激な電界変化にも応答できる優れた特性をもっている．したがって，圧電性の低減および固有振動の抑制が，ポッケルス素子による電界

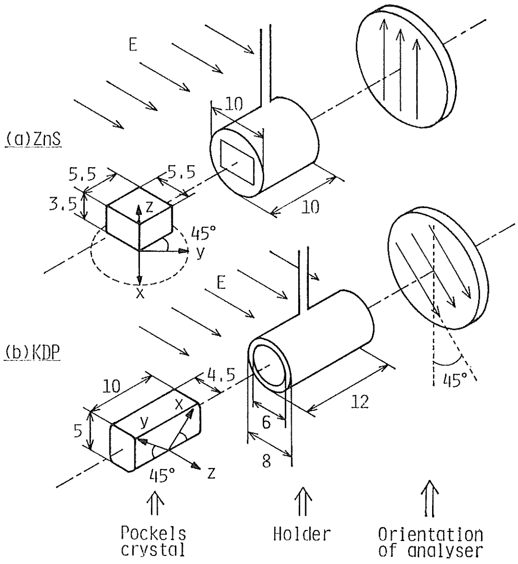

図 2　ポッケルス素子およびホルダの形状と検光子の方向

Fig. 2　Size of Pockels crystal and its holder and angular orientation of analyzer.

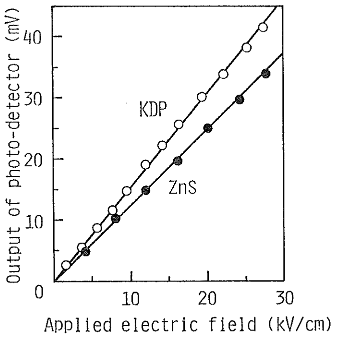

図 3　印加電界と受光部出力との関係

Fig. 3　Output voltage of photo-detector as function of applied electric field.

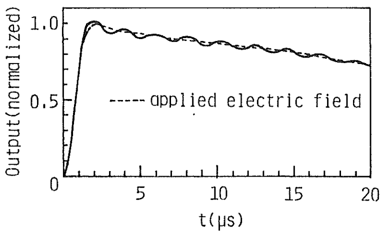

図 4　インパルス状電界に対する応答波形

Fig. 4　Output signal of photo-detector for the application of impulse field.

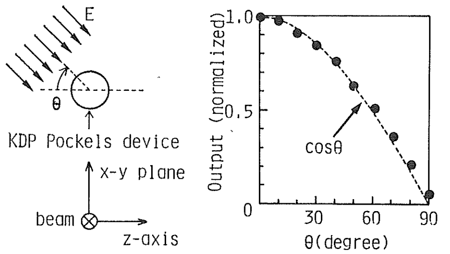

図 5　電界印加方向による出力の変化

Fig. 5　The relation between output voltage and the direction of applied field.

測定法の精度向上において残された問題の一つになろう．

第3に，電界印加方向に対する素子の指向性を検討しておく．ポッケルス素子は，図2において示したようにある特定方向の電界成分が測定できる．この点は理論的にも証明されている[17]が，実験的に検証した．その結果を図5に示す．KDP ポッケルス素子の結晶軸のうち，z 軸に平行な電界方向(図2(b)参照)を $\theta=0°$ とした．レーザビームの進行方向を軸に平行平板電極を回転させ，印加電界の方向を変えながら測定を行なった．なお，図5の縦軸は $\theta=0°$ のときの出力で，規格化した値を示している．図5を参照すると，受光部出力は $\theta=90°$ の電界方向でほぼゼロになる $\cos\theta$ の曲線上にあることがわかる．したがって，ポッケルス素子はある特定方向の電界成分（KDP の場合は z 軸方向）を測定する指向性をもっていることが実験的に確認できた．

4.　付着電荷が測定電界に及ぼす影響の理論的検討

3.2 節で示したように，空間電荷のない場合の電界測定は容易である．しかし，空間電荷が存在する場での測定を考えると，誘電体であるポッケルス素子の表面に電荷が付着することが予測される．その結果，測定したい空間の電界のほかに，素子に付着した電荷がつくる電界が重畳して観測されることになる．したがって，真の空間の電界を求めるために付着電荷の影響を除去するような測定電界の補正が必要になる．

球や円柱形の誘電体が，均一な電界中に置かれると，誘電体内部ではどの点でも等しい電界になる．その状態で誘電体表面の一部に電荷が付着すると，誘電体内部の電界は場所によって違いを示すようになる．この場所による電界の相違を測定し，その情報によって測定電界を補正して真の空間電界を得ようとするのが，本論文の基本的な考え方である．

誘電体表面に付着する電荷分布が把握できれば，付着電荷が誘電体内部につくる電界を評価することが可能になる．誘電体への電荷付着過程に関する理論的解析は，増田，鷲津によってなされている[18]．増田らが解析に当たって設定した仮定は，従来のものに比べ合理的であると考えられる．その仮定は次のとおりである．

(1)　誘電体は均一な電界中におかれており，その空間には単一極性の空間電荷が存在している．

(2)　誘電体への電荷の付着は，電荷が電気力線に沿ってドリフト運動することによって生じる．

(3)　誘電体表面の抵抗率は十分大きく，誘電体表面での電荷移動は生じない．

本論文では，増田らの解析手法を応用して，ポッケルス素子表面の付着電荷分布，および素子内の電界を求め，それをもとに測定電界の補正を行なった．図2で示されたポッケルス素子の形状は，図6で示すような2層構

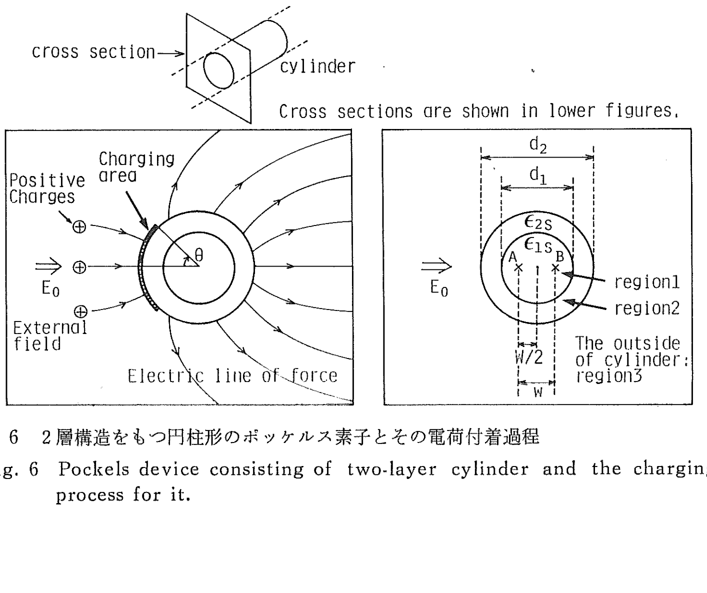

図 6　2層構造をもつ円柱形のポッケルス素子とその電荷付着過程

Fig. 6　Pockels device consisting of two-layer cylinder and the charging process for it.

造をもつ円柱で近似できる．内側の円柱は，比誘電率が ε_{1s}，外径が d_1 であり，また外側の円筒は，比誘電率が ε_{2s}，外径が d_2 で，円柱を囲んでいる．さらに，光ビームが伝播する位置として，図6中のAとBの2点を考える．A，B両点は円柱の軸に対して対称な位置にあり，その間隔は w で表わされる．このような円柱形誘電体で解析を行なった．

図6中のA，B点での電界を E_A，E_B とし，その値を計算すると次式で与えられる．なお，計算の詳細は，付録に示されている．

$$E_A=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4\pi\epsilon_{2s}}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^{2m}}\times pE_0A_m\left(\frac{w}{2}\right)^{m-1} \quad (2)$$

$$E_B=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4\pi\epsilon_{2s}}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^{2m}}\times pE_0A_m\left(\frac{w}{2}\right)^{m-1}\cos(m\pi) \quad (3)$$

ここに，$k=d_1/d_2$

$$p=\frac{2\epsilon_{2s}[\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s}+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})k^2]}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^2},$$

E_0：外部電界，A_m：付録の（付9）式で示されたフーリエ級数の係数．

素子への電荷付着が進行するときの E_A, E_B の値は，付録（付13）式で示された微分方程式を $A(t_n=0)=\mathbf{0}$ の初期条件のもとに解くことによって得られる．電荷付着過程においては，付着電荷密度の分布が変化しつつ電荷総量が増加していく．そこで，E_A と E_B の変化を付着電荷の総量との関係で捕えてみることにする．また，E_A と E_B は，それぞれ二つの電界成分に分けて考えることができる．その一つは，外部電界だけに依存する成分であり，他の一つは素子に付着した電荷によって生じる電界の成分である．これらのことから，E_A, E_B を次のように表わすことにする．

$$E_A=E_0'[1+\alpha(Q_n)] \quad (4)$$

$$E_B=E_0'[1+\beta(Q_n)] \quad (5)$$

ここに，

$$E_0'=\frac{\epsilon_{2s}}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^2}E_0,$$

Q_n：円柱単位長さ当りに付着する電荷の総量（付録（付14）式で与えられる）．

なお，E_0' は，外部電界 E_0 によって素子内に生じる電界を表わしている．また，$\alpha(Q_n)$，$\beta(Q_n)$ は素子に付着した電荷量 Q_n によって生じる電界の E_0' に対する割合を示している．実際に E_A, E_B を計算することにより $\alpha(Q_n)$，$\beta(Q_n)$ を検討できる．図7は，$\alpha(Q_n)+\beta(Q_n)$ および $\{1+\alpha(Q_n)\}/\{1+\beta(Q_n)\}-1$ の値と，Q_n の値との関係を示したものである．ここで，KDPポッケルス素子およびアクリル製ホルダを考慮し，$\varepsilon_{1s}=20$，$\varepsilon_{2s}=3$ を仮定した．図7を参照すると，$\alpha(Q_n)+\beta(Q_n)$ および $\{1+\alpha(Q_n)\}/\{1+\beta(Q_n)\}-1$ の値は，$Q_n=0.6$ 以下では，Q_n と線形な関係にあることがわかる．なお，KDP素子，ホルダ（図2(b)参照）において，$Q_n=0.6$ に相当する長さ1cm当りの付着電荷量 Q を付録（付5）式で計算すると，$Q=235\ E_0$(pC/cm) となる．ただし，外部電界 E_0 の単位はkV/cmである．また，図7に示されたような線形な関係は，$w/d_2=0.3\sim0.9$ の領域で，確認された．以上のことから，次式が得られる．

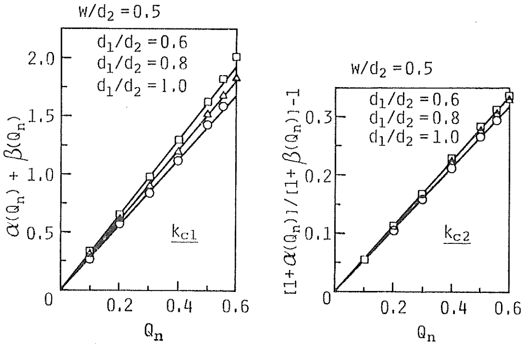

図7　$\alpha(Q_n)+\beta(Q_n)$ および $\{1+\alpha(Q_n)\}/\{1+\beta(Q_n)\}-1$ と Q_n との関係

Fig. 7　The relation between the values of $\alpha(Q_n)+\beta(Q_n)$ and $\{1+\alpha(Q_n)\}/\{1+\beta(Q_n)\}-1$ and the charge of Q_n.

$$\alpha(Q_n)+\beta(Q_n)=k_{c1}Q_n \quad (6)$$

$$[1+\alpha(Q_n)]/[1+\beta(Q_n)]-1=k_{c2}Q_n \quad (7)$$

k_{c1}，k_{c2}：定数

（4）～（7）式を用い，$\alpha(Q_n)$ および $\beta(Q_n)$ を消去することにより，真の外部電界 E_0 は次式で示される．

$$E_0=p'\frac{E_A+E_B}{K_c(E_A/E_B-1)+2} \quad (8)$$

ここに，

$$p'=\frac{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^2}{4\epsilon_{2s}},$$

$K_c=k_{c1}/k_{c2}$

（8）式中の $p'E_A$ および $p'E_B$ は，図3で示されるような校正曲線から決定される電界の値である．したがって，p' の値を事前に求めておく必要はない．校正曲線から得たA点，B点の電界を E_A'，E_B' とし，これを（8）式中の $p'E_A$，$p'E_B$ と置換することにより，求め

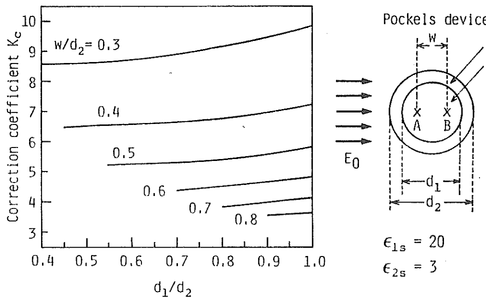

図 8　電界補正係数 K_c

Fig. 8　Correction coefficient K_c in two-layer cylindrical Pockels device.

たい真の外部電界 E_0 は最終的に次式で示される．

$$E_0=\frac{E_A'+E_B'}{K_c(E_A'/E_B'-1)+2} \qquad (9)$$

定数 K_c は，誘電体の寸法および誘電率，ビーム間隔だけで決定されるもので，電界補正係数と呼ぶこととする．各種素子寸法に対する，電界補正係数 K_c を図8に示す．K_c の値は，ε_{1s} を8から100まで，また ε_{2s} を3から6まで変化させても最大6％しか変化しない．したがって図8で示した K_c の値を，種々の誘電率をもつポッケルス素子やホルダの場合に適用しても，そのときに現われる誤差は小さいと見なせる．また，図8を参照すると K_c の値は，d_1/d_2 の値に大きく依存しないことがわかる．このことから，d_1/d_2 の値はそれほど正確に求めなくてもよいことがわかる．たとえば，実際のポッケルス素子においては，必ずしも円柱形に加工することができず，等価的な d_1/d_2 を定義する必要が生じる．このように，d_1/d_2 の値の決定にあいまいさがある場合でも，それによる K_c の変動は小さく，電界の補正が十分行なえると考えられる．

5.　付着電荷が測定電界に及ぼす影響の実験的検討

本節では，ポッケルス素子に付着する電荷およびそれによる素子内の電界変化を，実験的に検討した．

本実験で測定対象とした放電空間は，ギャップ長 20 cm の針対平板電極である．針電極は 6 mmφ の黄銅丸棒先端を 30 度の角度に仕上げたもので，また，平板電極は，黄銅製で直径 30cmφ である．平板電極中心部には，直径 1 cmφ の分割電極型容量性プローブが設けられており，平板電界も合わせて測定できるようになっている．使用した印加電圧は，JEC212 の表記法による 1.5/48 μs の正極性雷インパルス電圧（以下，たんに雷インパルス電圧と呼ぶ），および 200/2,000 μs の正極性開閉インパルス電圧（以下，たんに開閉インパルス電圧と呼ぶ）で針電極に加え，平板電極を接地した．まず，ポッケルス素子をコロナ放電が生じている空間に挿入し，素子に付着する電荷の総量をファラデーケージによって測定した．ZnS および KDP ポッケルス素子は針対平板電極のギャップ軸上に置かれた．前者は雷インパルス電圧印加時（電圧 120 kV）に，後者は開閉インパルス電圧印加時（電圧 109 kV）にそれぞれ用いた．

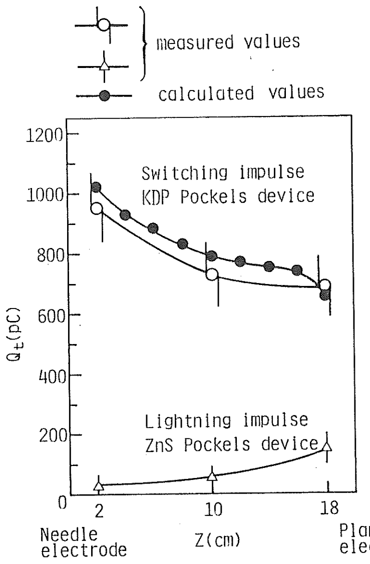

図 9　ポッケルス素子への付着電荷量

Fig. 9　Total charge attached to Pockels device as function of the distance z between the device and the needle electrode.

付着電荷量 Q_t の測定結果を図9に示す．図中横軸は，針電極先端からポッケルス素子中心までの距離 z を示している．また，縦軸の Q_t の値は，次のようにして求めた．まず，ポッケルス素子とその支持棒，両方に付着した電荷量を求め，次に支持棒だけを配置して，その付着電荷量を測定した．両者の差をとったものが，素子だけに付着した電荷量と見なせるので，その値を図9に示した．図9を参照すると，雷インパルス電圧を印加したときに比べ，開閉インパルス電圧を印加したときのほうが付着電荷量が明確に大きくなっていることがわかる．

次に，上述の測定条件下において，2本の平行レーザビームをポッケルス素子に入射し，電界測定を行なった．ビーム間隔 w は 3 mm である．結果の一例を図 10 に示す．図 10 中には素子内の A, B 2箇所（図6参照）の電界，およびその両者に差がある場合には，（9）式を用いて測定電界を補正した値が図示されている．電界補正係数 K_c としては，KDP 素子（$w/d_2=0.38$, $d_1/d_2=0.56$）において $K_c=7.0$ という値を用いた．

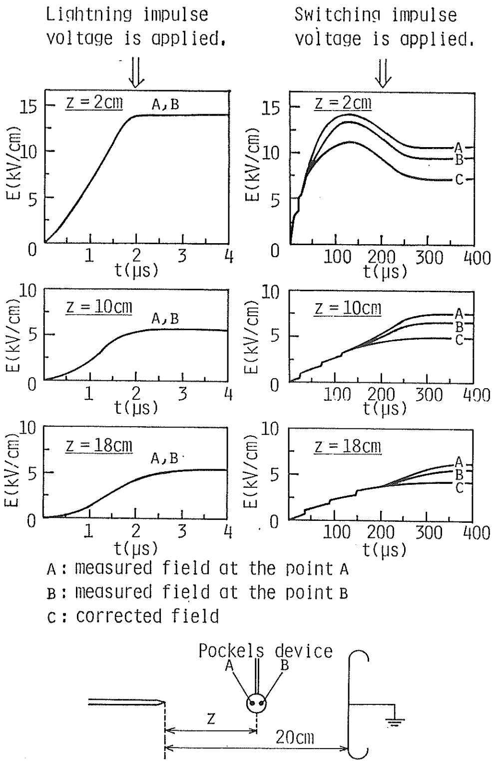

図 10　針対平板電極間の電界の時間変化

Fig. 10　Electric field in a needle-plane gap as function of time.

図 10 において，雷インパルス電圧が針対平板電極に印加されたときには，ポッケルス素子内の 2 箇所の電界に差がないのに対し，開閉インパルス電圧印加時には明確な差が見られる．素子内の電界の差は，素子に空間電荷が付着することによって生じる．したがって，ポッケルス素子に付着する電荷は，雷インパルス電圧印加時に比べ，開閉インパルス電圧印加時のほうが非常に多いことを示している．このことは，図 9 における測定結果と一致している．

さらに，開閉インパルス電圧印加時については，測定電界を利用して，付着電荷量を推定してみる．付着電荷量を規定する Q_n の値は，(4)，(5) および (7) 式を用い次式で表わされる．

$$Q_n=\{E_A/E_B-1\}/k_{c2} \qquad (10)$$

よって (10) 式および付録 (付 5) 式を用い，付着電荷量 Q_t は次式で与えられる．

$$Q_t=\pi\varepsilon_0 d_2 p E_0 Q_n l \qquad (11)$$

l : ポッケルス素子の長さ

(11) 式により，Q_t を求めた結果が図 9 中に●印で示されている．なお，E_A，E_B，E_0 としては，図 10 中の $t=400\ \mu s$ における値を用い，また，$k_{c2}=0.4$, $l=1.2$ cm, $\varepsilon_{1s}=21$, $\varepsilon_{2s}=3.1$ として計算がなされた．図 9 を参照すると，測定値と計算値がほぼ一致していることがわかる．よって，この結果は，前節で述べた素子への電荷付着の概念および測定電界の補正法が妥当なものであることを示していると考えられる．

測定電界の補正法は，ポッケルス素子が均一電界中におかれていることを仮定して導かれている．したがって，針電極に近い場合には誤差が見込まれる．また，針電極近傍に素子を配置すると，コロナストリーマの進展に影響を及ぼすことも予想される．しかし，図 9 の結果によれば，針電極に近い $z=2$ cm というようなところでも，測定電界から計算して得た付着電荷量と，実測した付着電荷量がほぼ一致していることがわかる．したがって，付着電荷量の点から検討する限り，針電極に近い領域においても，測定電界の補正法がある程度適用できることを示唆していると考えられる．これらの点および，ポッケルス素子上で電界が不均一な場合に測定される電界の値は，素子の長さ方向 (光の伝播方向) 全体に加わる電界の平均値であることを考慮したうえで，$z=2$ cm というような針電極に近いところでの測定結果も定性的な検討に用いることにする．

ここで，図 10 中の電界の時間的，空間的変化を見ておく．各測定位置における電界の最大値は，$z=2$ cm では 10 kV/cm を越える値になり，$z=10$～18 cm では 4～6 kV/cm である．また，最大電界に到達するまでの時間は，$z=2$ cm のほうが他に比べ短い．これらの点は，雷および開閉インパルス電圧印加時の両方に共通している．一方，開閉インパルス電圧印加時の $z=2$ cm だけに，$t=150\ \mu s$ 以降で，電界の減少が見られる．また，開閉インパルス印加時において，付着電荷の影響が現われる時点は，$z=2$ cm で $t=30\ \mu s$，$z=10$ cm で $t=150\ \mu s$，$z=18$ cm で $t=220\ \mu s$ となっている．このことは，針電極近傍で発生した正イオンが時間とともに平板電極方向に移動してきたことを示している．

6.　コロナ放電時の針対平板電極間の電界分布

針対平板電極間のギャップ軸上における電界分布が，時間的にどのように変化するかを測定した．印加電圧は開閉インパルスの 109 kV (電極系の 50% フラッシオーバ電圧) である．各測定位置において，20～30 回測定を行ない，その平均値 ((9) 式により補正を行なった値) が図 11 に示されている．測定値の変動は最大 15% 程度であった．なお，図 11 中には $t=50\ \mu s$ および 200 μs における静電界 (数値計算によって求めたもの) も付記されている．なお，フラッシオーバしない場合の

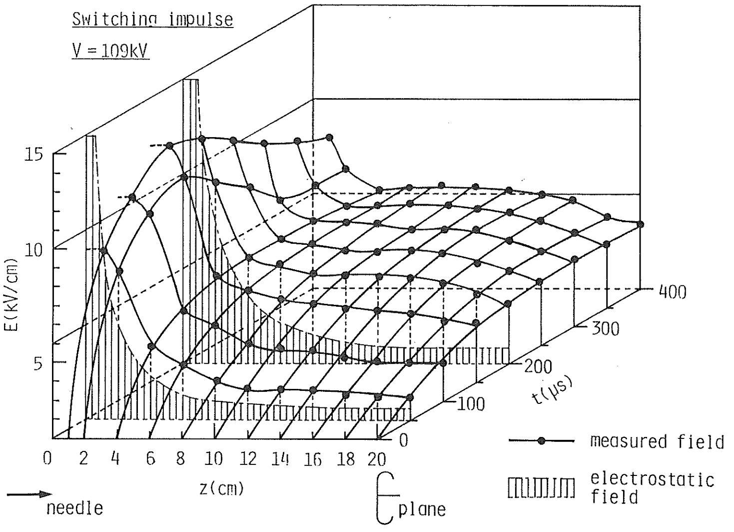

図 11　針対平板電極間の電界分布

Fig. 11　Electric field distribution in a needle-plane gap with corona discharge.

電界変化と，フラッシオーバ直前までの電界変化はほぼ同じであった．t=200～300 μs で生じるフラッシオーバの時点では，電界の急激な増加が見られた．

図 11 において，静電界と測定電界を比べると明確な差が見られ，コロナ放電で発生した空間電荷によって電界が変化していることが示されている．針電極近傍(z=1～2 cm) では，t=150 μs までに急激に電界が上昇し，それ以後電界は降下しはじめる．一方，z=4 cm から平板電極までの電界分布は平坦であり，ほとんど同じような時間変化をしている．また，その部分の電界は針電極近傍に比べゆっくりと上昇している．電界の上昇は t=400 μs まで続いている．

図 10 を参照すると，z=10 cm ないし 18 cm では，t=150 μs 以降になって，はじめて正イオンが到達していることがわかる．それに対し針電極近傍では，その時点に電界降下が生じている．このことから，針電極近傍電界の降下は，正イオンが針電極のほうから平板電極方向に移動したために生じたと考えることができる．

7.　結　　　言

インパルス状に変化する電界を，ポッケルス素子を用いた光学的な方法によって測定した．とくに，コロナ放電によって生じた空間電荷が存在する空間において，電界測定が行なわれた．おもな結果を以下にまとめる．

(1)　ポッケルス素子を用いた空間電界の測定法は，測定環境を大きく乱すことなく優れた応答性をもって計測できる利点を有している．

(2)　ポッケルス素子に付着する電荷の影響は，素子内の 2 箇所の電界を測定することで補正ができる．これによって，真の空間電荷電界が得られる．

(3)　針-平板電極間における電界分布の時間変化を測定した．針電極から平板電極方向への空間電荷の移動に伴う電界変化を見いだした．

最後に，実験に際しご助力をいただいた東京大学千葉政邦氏，通産省芝田克明氏，ならびに有益なご討論をしていただいた，東京芝浦電気鷲津正夫博士，防衛大学校室岡義広教授に感謝の意を表します．

付　　　録

2 層構造をもつ円柱誘電体への電荷付着過程

図 6 に示した円柱表面（軸方向に単位の長さをもつ）において，次式で与えられる電荷連続の式が成立する．

$$\partial\sigma(\theta,t)/\partial t=-\rho\kappa F(\theta)E_r(\theta) \quad (付 1)$$

$$F(\theta)=\begin{cases}0 & (E_r(\theta)>0 \text{ になる } \theta \text{ に対して})\\ 1 & (E_r(\theta)\leqq 0 \text{ になる } \theta \text{ に対して})\end{cases} \quad (付 2)$$

ところで，θ は図 6 に示した角度，$\sigma(\theta,t)$ は円柱単位長さ当りの表面電荷密度，ρ は空間電荷の密度，κ は空間電荷の移動度，$E_r(\theta)$ は円柱表面における外部電界の法線成分である．（付 1），（付 2）式は，電気力線が円柱にはいる部分だけに電荷が蓄積していくことを示している．またそれらの式は増田らの解法[18]を利用して解くことができる．

まず次のような規格化を行なう．ただし，添字 n は規格化された表現であることを示す．

距離 r:　$r=(d_2/2)r_n$　（付 3）

時間 t:　$t=(2\pi\varepsilon_0/\kappa\rho)t_n$　　（付4）

円柱単位長さ当りの電荷量 Q:

$$Q=(\pi\varepsilon_0 d_2 pE_0)Q_n \quad （付5）$$

電荷密度 σ:　$\sigma=(2\pi\varepsilon_0 pE_0)\sigma_n$　　（付6）

電界 E_r:　$E_r=(pE_0)E_{rn}$　　（付7）

ただし,

$$p=\frac{2\epsilon_{2s}[\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s}+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})k^2]}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^2}$$

$k=d_1/d_2$（図6参照），ε_{1s} および ε_{2s} は図6に示した領域1および2における比誘電率，E_0 は外部電界である．

（付4），（付6），（付7）式を（付1）式に代入することにより，次式で示される規格化された電荷連続の式が得られる．

$$\partial\sigma_n(\theta,t_n)/\partial t_n=-F(\theta)E_{rn}(\theta)$$
$$=-F(\theta)[E_{ext}(\theta)+E_s(\sigma_n,\theta)] \quad （付8）$$

ただし，$E_{ext}(\theta)$ は外部電界によって生じる電界の法線成分（規格化された値），$E_s(\sigma_n,\theta)$ は円柱表面に付着した電荷によって生じる電界の法線成分（規格化された値）である．

次に，σ_n, E_s, E_{ext} を級数展開する．無限長円柱を仮定しているので2次元問題となり，また，問題の対称性を考慮することによって次式が得られる．

$$\sigma_n(\theta,t_n)=\sum_{m=0}^{\infty}A_m(t_n)\cos(m\theta) \quad （付9）$$

$$E_s(\sigma_n,\theta)=\sum_{m=0}^{\infty}B_m(t_n)\cos(m\theta) \quad （付10）$$

$$E_{ext}(\theta)=\sum_{m=0}^{\infty}C_m(t_n)\cos(m\theta) \quad （付11）$$

A_m, B_m, C_m：級数展開の係数

ここで，$E_{ext}(\theta)$ は解析的に解くことができ，次式で示される．

$$E_{ext}(\theta)=-\cos\theta \quad （付12）$$

図6に示した2層誘電体の各領域の境界において，電位および電束の法線成分の連続性を考慮することにより，（付8）式は展開係数 A_m, B_m を要素にもつマトリック表示の方程式に変換される．

$$\partial\boldsymbol{A}(t_n)/\partial t_n=-\boldsymbol{K}(t_n)[\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}(t_n)]$$
$$=-\boldsymbol{K}(t_n)[\boldsymbol{C}+\boldsymbol{DA}(t_n)] \quad （付13）$$

ところで,

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}A_0\\A_1\\A_2\\A_3\\\vdots\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}B_0\\B_1\\B_2\\B_3\\\vdots\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}C_0\\C_1\\C_2\\C_3\\\vdots\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\\0\\0\\\vdots\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}=\left[\cdots K_{ij}\cdots\right],$$

$$\left\{\begin{array}{l} K_{00}=\dfrac{\theta_0}{\pi}\\[2mm] K_{0j}=\dfrac{\sin(j\theta_0)}{j\theta_0}\\[2mm] K_{jj}=\dfrac{\sin(2j\theta_0)}{2j\theta_0}+\dfrac{\theta_0}{\pi}\\[2mm] K_{ij}=\dfrac{\sin[(i+j)\theta_0]}{(i+j)\theta_0}\dfrac{\sin[(i-j)\theta_0]}{(i-j)\theta_0}\\[2mm] \theta_0: E_r(\theta)=0 \text{ になる } \theta \text{ の値}\end{array}\right\},$$

$$\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}\ddots & & 0\\ & D_{mm} & \\ 0 & & \ddots\end{pmatrix},$$

$$\left\{\begin{array}{l} D_{00}=2\pi\\[2mm] D_{mm}=\dfrac{2\pi[(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})-(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})k^{2m}]}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{2s}-1)(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})k^{2m}}\\ \qquad\qquad (m\neq 0)\\[2mm] K=d_1/d_2\end{array}\right\},$$

である．

円柱表面の単位長さ当りに付着する総電荷量 Q_n（規格化された値）は，σ_n を円柱表面上で積分することにより次式で与えられる．

$$Q_n=2\pi A_0 \quad （付14）$$

また，図6中のAおよびB点の電界 E_A および E_B は次式で求めることができる．

$$E_A=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4\pi\epsilon_{2s}}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^{2m}}\times pE_0A_m\left(\frac{w}{2}\right)^{m-1} \quad （付15）$$

$$E_B=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4\pi\epsilon_{2s}}{(\epsilon_{1s}+\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}+1)+(\epsilon_{1s}-\epsilon_{2s})(\epsilon_{2s}-1)k^{2m}}\times pE_0A_m\left(\frac{w}{2}\right)^{m-1}\cos(m\pi) \quad （付16）$$

参　考　文　献

1) 河野照哉，宅間　董：数値電界計算法，p. 9，コロナ社 (1980)
2) I. Langmuir：G.E. Rev., **26** (1923) 731
3) 佐藤芳夫：電気学会誌，**52** (1932) 593
4) J.S. Lagarias：AIEE Commun. Electron., **78** (1959) 427
5) 御所康七：電気学会誌，**87** (1967) 1189
6) 赤崎正則，原　雅則，杣謙一郎：電気学会論文誌 A, **92** (1972) 553
7) M.M. Pauthenier and M.Moreau-Hanot：J. Phys. Radium, **3** (1932) 590
8) P. Cooperman：AIEE Commun. Electron., **75** (1956) 64

9) G.W. Penny and J.G. Hewitt : AIEE Commun. Electron., **77** (1958) 319
10) J.M. Meek and M.M. Collins : Electron. Lett., **1** (1965) 110
11) R.T. Waters, T.E.S. Richard and W.B. Stark : Proc. R. Soc. London, Ser. A, **304** (1968) 187
12) 日高邦彦，河野照哉：電気学会論文誌 A，**99** (1979) 313
13) 代表的な文献として，
P. Chong, C. Yamanaka and T. Suita : Tech. Rep. Osaka Univ., **7** (1959) 17; C.E. Hill and H. House : Phénomènes de Conduction dans les Liquides Isolants, Grenoble (1968), Editions du Centre National de la Recherche Scientifique 15, Quai Anatole-France—Paris—VII (1970)
14) F. Pockels : *Lehrbuch der Kritalloptik*, p. 493, Teubner, Leipzig (1906)
15) 日高邦彦，河野照哉：電気学会論文誌 A，**100** (1980) 401
16) A. Yariv : *Introduction to Optical Electronics*, p. 256, Holt, Rinehart and Winston, New York (1976)
17) 日高邦彦，芝田克明，福島俊司，河野照哉：昭和 55 年電気学会全国大会論文集，p. 156，電気学会 (1980)
18) S. Masuda and M. Washizu : J. Electrostat., **6** (1979) 57