

## 論 文

## 拡散荷電に関する White 式のイメージ力による修正

村 上 哲 郎\*

(1982年1月9日受理)

Effect of the Image Force in White's Theory on  
the Unipolar Diffusion Charging

T. MURAKAMI\*

(Received January 9, 1982)

The theory of White for particle charges in the unipolar diffusion charging is modified to include the image force. By using suitable approximations, we obtain the simple modified expression for White's equation. This modified equation allows us to estimate easily the particle charges in the unipolar diffusion charging without a computer. The results of numerical analysis indicate the enhancement of the particle charges due to the image force in the case of fine particles.

## 1. まえがき

電気集じん装置における微小粒子の集じん効率の向上、電気的エアロゾルアナライザによる微小粒子の粒径測定などの理由から、エアロゾル粒子の拡散荷電に関する問題は今後、重要性をますものと考えられる。

拡散荷電による粒子の帶電量については、White の式<sup>1)</sup>が有名で、一般によく使用されている。しかし、この式には帶電粒子とイオン間の相互作用としてクーロン力のみを考え、イオンの接近によって生じるイメージ力(image force)が考慮されていない。イメージ力の影響は微小粒子になるほど帶電量が少なくなるので、イメージ電荷と帶電電荷との相対比が大きくなり、イメージ効果が増大する。

一方、イメージ力を考慮した理論が Fuchs<sup>2)</sup>, Briard<sup>3)</sup>, Brock<sup>4)</sup>, Liu<sup>5)</sup> らによってすでに発表されている。しかし、これらの理論はいずれも解析方法が複雑であり、帶電量の計算にも電算機が必要とし、White 式の簡便さと比べると実用上かなり不便であると思われる。

このような理由から、本研究では、解析モデルが単純で結論式の簡単な White 理論に従ってイメージ力を考慮した解析を行なった。そして、適当な近似をすることにより White 式と類似な修正式を得たので報告する。

## 2. 理論的解析

## 2.1 帯電粒子近傍の電位障壁

図1に示すように、ガス状単極性イオン中（イオン濃度  $N_0$ ）で電荷量  $ne$  ( $e$ : 電子電荷) に荷電された球状粒子（半径  $a$ ）を考える。そうすると、粒子近傍の電界強度および電位は  $ne$  とイオンの接近によるイメージ電荷の両方を考慮すると、次のようになる。

$$E = \frac{ne}{r^2} - \frac{K-1}{K+1} \left\{ -\frac{a}{r^3} + \frac{ar}{(r^2-a^2)^2} \right\} e \quad (1)$$

$$\phi = - \int_{\infty}^r E dr = \frac{ne}{r} - \frac{K-1}{K+1} \left\{ -\frac{a}{2r^2} + \frac{a}{2(r^2-a^2)} \right\} e \quad (2)$$

ただし、 $K$ は粒子の比誘電率、 $r$ は粒子の中心とイオン間の距離である。(1)式の右辺の第2項目はイメージ電荷による電界を表わし、 $(K-1)/(K+1)$ は点電荷が平板状誘電体の近傍に存在するときの係数であり、球状誘電体の場合はこのように簡単ではない。

ここで、表現および解析を容易にするため次の変換を行なう。

$$\begin{aligned} (K-1)/(K+1) &= c, \quad 0 \leq c \leq 1 \\ r/a &= x \\ (a/e)\phi &= \phi' \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (3)$$

(3)式を(2)式に代入すると次の無次元電位式を得る。

$$\phi' = \frac{n}{x} - c \left\{ -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2(x^2-1)} \right\}, \quad x \geq 1 \quad (4)$$

(4)式の  $\phi'$  と  $x$ との関係を図2に示す。同図で実線は  $c=1$ 、破線は  $c=0$  の場合で、 $0 < c < 1$  のときには  $\phi'$

\* 姫路工業大学電気工学科 (671-22 姫路市書写 2167)

Department of Electrical Engineering, Himeji Institute of Technology, 2167, Shosha, Himeji, 671-22 Japan

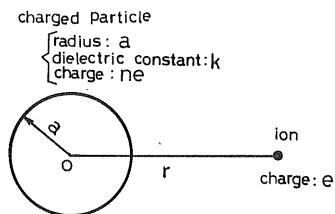


図 1 带電粒子と単極性イオンとの相互作用

Fig. 1 Interaction between charged particle and unipolar ion.

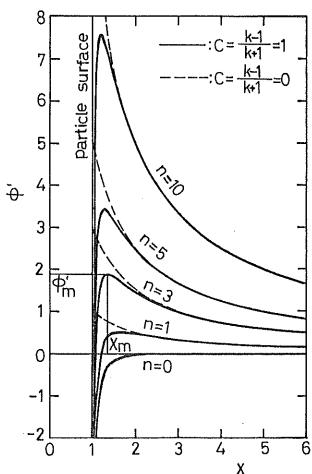


図 2 带電粒子近傍の無次元電位分布

Fig. 2 Dimensionless electrostatic potentials in the vicinity of the charged particle.

曲線は両曲線で囲まれた範囲内に存在する。

$\phi'$  曲線の極大点の座標を  $x_m$ ,  $\phi'_m$  とすると,  $\phi'_m$  は粒子を荷電しようとするイオンに対する電位障壁を表わし,  $x_m$  の右側ではイオンに対してクーロン力による反発力が, 左側ではイメージ力による吸引力が作用する。したがって,  $c=0$  の場合にはクーロン力のみでイメージ力は作用しない。

(1) 式と (3) 式より,  $x_m$  は次の方程式の根になる。

$$x^5 - 2x^3 - 2\frac{c}{n}x^2 + x + \frac{c}{n} = 0, \quad x \geq 1 \quad (5)$$

上式より,  $x_m$  は  $c/n$  の関数であることがわかる。(5) 式の正確な解析解を得ることは不可能であるが, 図 2 よりわかるように,  $n$  の増加とともに  $x_m$  は 1 に接近するので,  $x_m$ ,  $\phi'_m$  を次式のように仮定する。

$$x_m^2 = 1 + (c/n)^{1/2} + k_1 c/n \quad (6)$$

$$\phi'_m = n[1 - (c/n)^{1/2} + k_2(c/n)] \quad (7)$$

上式において, 係数  $k_1$ ,  $k_2$  は  $c/n$  の関数である。すな

わち, ある 1 個の粒子に対して帶電量  $n$  の増加に伴って  $k_1$ ,  $k_2$  は変化する。しかし,  $c/n$  の関数とすると, 以後の解析が複雑となるので解析を容易にするため一定な近似値  $k_{1a}$ ,  $k_{2a}$  で代用することにする。

## 2.2 帯電量の修正式

電位障壁におけるイオン濃度  $N$  は, Maxwell-Boltzmann の分布則より

$$N = N_0 \exp(-e^2 \phi_m' / akT) \quad (8)$$

となる。ただし,  $k$  はボルツマン定数,  $T$  はイオン温度である。もし, イオンが障壁位置に到達すれば, それ以後はイオンに対して吸引力が作用するので, 荷電に対して粒子半径は見掛け上  $r_m = ax_m$  に増加する。したがって, 粒子に対するイオンの荷電割合 (charging rate) は

$$\frac{dn}{dt} = \frac{N_0}{4} (4\pi r_m^2) = \pi a^2 \bar{v} x_m^2 N_0 \exp\left(-\frac{e^2 \phi_m'}{akT}\right) \quad (9)$$

となる。ただし,  $\bar{v}$  はイオンの平均熱運動速度である。

(6) 式, (7) 式を (9) 式に代入すると

$$I(n) = \int_0^n \frac{\exp\left[-\frac{e^2 n}{akT} \left\{1 - \left(\frac{c}{n}\right)^{1/2} + k_{2a} \frac{c}{n}\right\}\right]}{1 + \left(\frac{c}{n}\right)^{1/2} + k_{1a} \frac{c}{n}} dn \quad (10)$$

$$N_0 t = I(n) / \pi a^2 \bar{v} \quad (10)'$$

ここで, (10) 式の左辺の積分の近似式を求めるため次のような変数変換と近似を行なう。

$$n \left\{1 - \left(\frac{c}{n}\right)^{1/2} + k_{2a} \frac{c}{n}\right\} = X \quad (11)$$

$$dX / \left\{1 + \left(\frac{c}{n}\right)^{1/2} + k_{1a} \frac{c}{n}\right\} \left\{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{c}{n}\right)^{1/2}\right\} = dX \quad (12)$$

(11) 式, (12) 式を (10) 式に代入すると,  $I(n)$ ,  $N_0 t$  に対して次の近似式を得る。

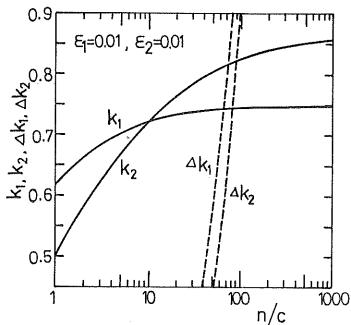
$$I_a(n) = \frac{akT}{e^2} \exp\left(\frac{e^2 k_{2a} c}{akT}\right) \left[ \exp\left(\frac{e^2}{akT} \{n - (cn)^{1/2}\}\right) - 1 \right] \quad (13)$$

$$= \pi a^2 \bar{v} N_0 t \quad (13)'$$

(13) 式を整理すると粒子の帶電量  $n$  を求める関係式として次式を得る。

$$n - (cn)^{1/2} = \frac{akT}{e^2} \ln \left\{1 + \exp\left(-\frac{e^2 k_{2a} c}{akT}\right) \frac{\pi a \bar{v} e^2 N_0 t}{kT}\right\} \quad (14)$$

(14) 式は White の式と類似な式で, 左辺に  $(cn)^{1/2}$ , 右辺に  $\exp(-e^2 k_{2a} c / akT)$  なるイメージ項が付加されただけであり, 粒の比誘電率を  $K \rightarrow 1$  すなわち  $c \rightarrow 0$  とすれば, White 式とまったく同一式になる。したがって, (14) 式は White 式に粒子の比誘電率の影響を付加したものと考えられる。また, (14) 式は粒子の  $K$ ,  $a$  およ

図3 係数  $k_1, k_2$  と  $n/c$  の関係Fig. 3 Relationship between coefficients  $k_1, k_2$  and  $n/c$ .

よりイオンの  $N_0, T$ , 荷電時間  $t$  が既知の場合,  $n^{1/2}$  に対する 2 次方程式になるので, 根の公式によって, 電算機を使用しなくとも容易に粒子の帶電量  $n$  を計算することができる.

### 3. 近似に対する誤差

本論文の目的は, 荷電過程においてクーロン力とイメージ力の両方を考慮した簡単な関係式を得ることであった. したがって, 上記の解析において (14) 式を得るまでに近似が 2 回行なわれている. 最初の近似は, 電位障壁  $x_m, \phi_m'$  を表わす式において  $k_1, k_2$  の代りに一定値  $k_{1a}, k_{2a}$  を仮定し, それ以後の解析を進めたことである. 2 番目の近似は (12) 式に示されるように積分式における近似である. そこで, このような近似に対して誤差が小さくなるように  $k_{1a}, k_{2a}$  を決定し, さらに積分式における誤差を調べる必要がある.

#### 3.1 係数 $k_{1a}, k_{2a}$ の決定法と誤差

(5) 式および (4) 式から求まる  $x_m, \phi_m'$  を (6) 式, (7) 式に代入することにより  $k_1, k_2$  が計算できる. このようにして求めた  $k_1, k_2$  と  $n/c$ との関係を図3に示す. 同図のように,  $k_1, k_2$  は厳密には  $n/c$  の関数であるが,  $k_1, k_2$  の代りに  $n/c$  に無関係な定数  $k_{1a}, k_{2a}$  を採用した場合, それに伴う誤差および  $k_{1a}, k_{2a}$  の決定法について述べる.

$$\Delta k_1 = k_{1a} - k_1,$$

$$\epsilon_1 = (x_m^2 \text{ の近似値} - \text{正確値}) / x_m^2 \text{ の正確値} \quad (15)$$

と定義すれば, (6) 式より次の関係が得られる.

$$\Delta k_1 = \epsilon_1 (n/c) x_m^2 \quad (16)$$

$\epsilon_1 = 0.01$  と仮定し, (16) 式によって  $n/c$  の増加に対して  $\Delta k_1, k_1 - \Delta k_1, k_1 + \Delta k_1$  を計算すれば,  $k_{1a}$  は  $k_1 - \Delta k_1$  の最大値と  $k_1 + \Delta k_1$  の最低値との間で許容される. さらに,  $k_{1a}$  としてこのような最大値と最低値との平均値を採用することにする. このようにして  $n/c \geq 1$  の範

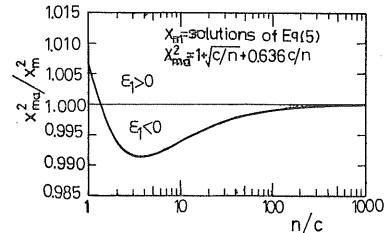


図4 電位障壁位置の近似値と正確値との比較

Fig. 4 Comparison of the approximate value with the exact value of the barrier position.

囲で  $k_{1a}$  を求めると

$$k_{1a} = 0.636 \quad (17)$$

が得られる.

図4は  $k_{1a} = 0.636$  としたときの  $x_m^2$  の近似値と正確値との比較を示したもので,  $|\epsilon_1| < 0.01$  であることがわかる. したがって, 図3の  $k_1$  の代りに誤差率 1% 以内で,  $k_{1a} = 0.636$  を採用することができる. なお, 図3には  $\epsilon_1 = 0.01$  のときの  $\Delta k_1$  の値も示されている. この図より  $n/c > 70$  の範囲では  $\Delta k_1 > k_1$  となり, したがってこの範囲では  $k_{1a} = 0$  としてもよいことになる.

$k_{2a}$  に対しても, 上述の  $k_{1a}$  の場合と同様に考えれば次のようになる.

$$\Delta k_2 = k_{2a} - k_2, \quad (18)$$

$$\epsilon_2 = (\phi_m' \text{ の近似値} - \text{正確値}) / \phi_m' \text{ の正確値}$$

$$\therefore \Delta k_2 = \epsilon_2 \phi_m' / c \quad (19)$$

図3の  $\Delta k_2$  曲線は  $\epsilon_2 = 0.01$  としたときの  $\Delta k_2$  を示す. この場合もだいたい  $n/c > 100$  の範囲では  $\Delta k_2 > k_2$  となり,  $k_{2a} = 0$  としてもよいことになる. しかし,  $k_{2a}$  の選定による影響は (9) 式からわかるようにイオンの荷電割合に対して  $\exp(-e^2 \phi_m' / akT)$  の形で表われる. したがって,  $\phi_m'$  の値そのものよりもイオン濃度  $N$  の値における誤差を検討する必要がある.

$$\Delta k_2' = k_{2a} - k_2, \quad (20)$$

$$\epsilon_2' = (N \text{ の近似値} - \text{正確値}) / N \text{ の正確値}$$

と定義すれば, (7) 式, (8) 式より次の関係が得られる.

$$\Delta k_2' = -(kT/e^2)(a/c) \ln(1+\epsilon_2') \quad (21)$$

(21) 式の数値計算をすると

$$T = 300 \text{ K}, \epsilon_2' = 0.01 \text{ のとき}$$

$$\Delta k_2' = -0.178(a/c), a(\mu\text{m}) \quad (22)$$

となる. したがって,  $\Delta k_2'$  は  $n/c$  の代りに  $a/c$  の関数となる. (22) 式と図3の  $k_2$  曲線より  $\epsilon_2' = 0.01, c = 1, k_2$  の最大値  $\approx 0.86$  とすれば,  $a \geq 4.8 \mu\text{m}$  の範囲では  $k_{2a} = 0$  としてもよいことになる.

$a, c, T$  が既知であれば White の式によって実用的

表 1 係数  $k_{2a}$  の決定法と誤差  $\varepsilon_2'$  ( $c=1$ ,  $T=300$  K)Table 1 Determination of the coefficient  $k_{2a}$  and estimated value of  $\varepsilon_2'$ .

$a/c$ ( $\mu\text{m}$ )	Range of $n/c$	Range of $k_2$	$k_{2a}$	$ dk_2 $	$ \varepsilon_2' $ (%)	$\exp(-e^2 k_{2a} c / a kT)$
0.05	1~10	0.579~0.722	0.650	0.072	8.4	0.485
0.1	1~20	0.579~0.763	0.671	0.092	5.3	0.688
0.2	1~40	0.579~0.794	0.686	0.108	3.1	0.826
0.5	1~100	0.579~0.823	0.701	0.122	1.4	0.925
1.0	1~200	0.579~0.838	0.708	0.130	0.73	0.961
2.0	1~400	0.579~0.848	0.713	0.135	0.38	0.980
3.0	1~600	0.579~0.853	0.716	0.137	0.25	0.987
5.0	1~1,000	0.579~0.858	0.718	0.140	0.16	0.992
10.0	1~2,000	0.579~0.863	0.721	0.142	0.08	0.996

\*  $k_2$  value at  $n/c=2$  was used as the value of lower limit.

な  $N_0 t$  の範囲内での  $n$  のだいたいの範囲が計算できる。したがって、 $n/c$  の範囲がわかり、これに対応する  $k_2$  の範囲を図 3 より求め、 $k_{2a}$  の値としては  $k_2$  の下限値と上限値の平均値を採用することにする。このようにして決定された  $k_{2a}$  に対して、 $k_2$  の上(下)限値と  $k_{2a}$  との差を  $|dk_2|$  として(21)式より誤差率  $\varepsilon_2'$  を計算することができる。表 1 は  $c=1$ ,  $a=0.05 \sim 10.0 \mu\text{m}$ ,  $T=300$  K と仮定した場合の  $k_{2a}$ ,  $|dk_2|$ ,  $|\varepsilon_2'|$  を示す。同表より、 $a < 0.5 \mu\text{m}$  では  $|\varepsilon_2'|$  がかなり大きいが、 $a > 0.5 \mu\text{m}$  では  $|\varepsilon_2'| < 1.4\%$  であることがわかる。したがって、以後の計算において  $k_{1a}$ ,  $k_{2a}$  の値としては、すべて(17)式および表 1 で得られた値を採用した。なお、表 1 の場合の誤差率曲線 ( $\varepsilon_2' - n$ ) も計算し、誤差率が表 1 の  $|\varepsilon_2'|$  の値を満足することを確認したが、曲線は図 5 とほぼ同一になるので省略する。

上述のようにして決定された  $k_{1a}$ ,  $k_{2a}$  のイオン荷電割合に対する総合的な影響は(9)式より検討できる。  
 $\varepsilon_3 = \{(dn/dt)\text{の近似値} - \text{正確値}\}/(dn/dt)$  の正確値

$$(23)$$

と定義すれば、(9)式および  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2'$  より

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2' \quad (24)$$

となる。すなわち、 $dn/dt$  における誤差率は  $x_m^2$  における誤差率と  $N$  における誤差率の和になる。

(9)式の  $x_m$ ,  $\phi_m'$  にそれらの正確値と  $k_{1a}$ ,  $k_{2a}$  を採用した近似値を代入し、 $\varepsilon_3$  を計算すると図 5 のようになる。図中の●印は、粒子の帶電量  $n$  の実用範囲の上限値を示し、縦軸の値が 1 以下は近似値が不足見積りであり、1 以上は過大見積りであることを示す。したがって  $n$  の小さい範囲では不足見積りで、 $n$  の大きい範囲では過大見積りであることがわかる。なお、イオンの平均熱運動速度は空気分子イオンを仮定し、 $T=300$  K で  $v=4.68 \times 10^4 \text{ cm/s}$  とした。同図より、 $n=2 \sim$  上限値まで

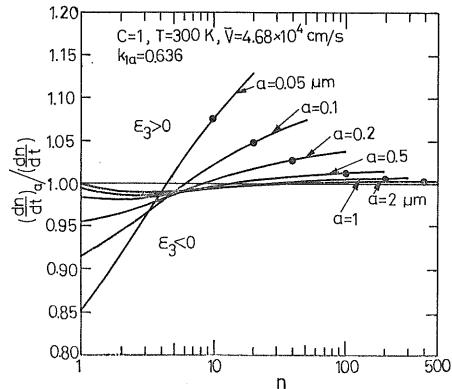


図 5 荷電割合の近似値と正確値との比較

Fig. 5 Comparison of the approximate value with the exact value of the ion charging rate.

の全範囲において  $\varepsilon_3$  は、 $\varepsilon_1$  (1% 以下) と表 1 で予測した  $\varepsilon_2'$  (粒子の半径によって値が異なる) の和以下の値を満足していることがわかる。なお、 $a > 0.5 \mu\text{m}$  の場合、 $n=1 \sim 10$  の範囲で曲線に凹が生じているのは、 $\varepsilon_1$  の影響によるもので図 4 からわかるように、この範囲で  $\varepsilon_1$  が大きくなるためであり、 $\varepsilon_2'$  曲線にはこのような凹は生じない。

### 3.2 積分式における誤差

(12)式に示される近似によって複雑な積分式(10)から簡単な関係式(13)が得られた。したがって、(10)式と(13)式の比較をする必要があり、これは(10)'式、(13)'式で表わされた  $N_0 t$  と  $(N_0 t)_a$  との比較によってその目的が達せられこれを図 6 に示す。同図より次のことがわかる。

(1)  $N_0 t$  と  $(N_0 t)_a$  の同一値に対して、 $n$  における誤差率は  $a=0.05 \mu\text{m}$  で  $\Delta n/n=4 \sim 2\%$ ,  $a=1.0 \mu\text{m}$

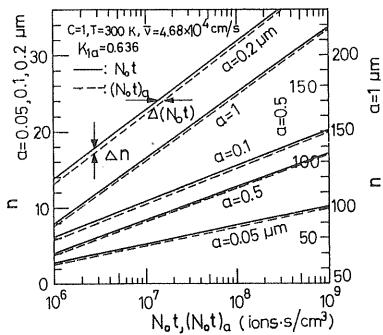
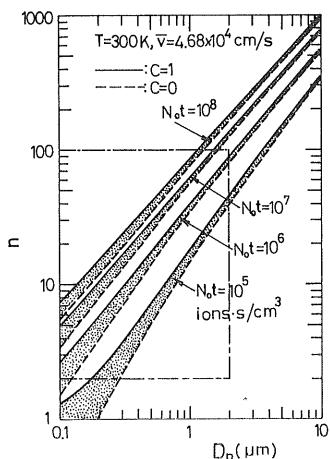
図 6  $(N_0 t)_m$  と  $N_0 t$  の比較Fig. 6 Comparison of  $(N_0 t)_m$  with  $N_0 t$ .

図 7 帯電量に対する比誘電率の影響

Fig. 7 Effect of the dielectric constant on the particle charges.

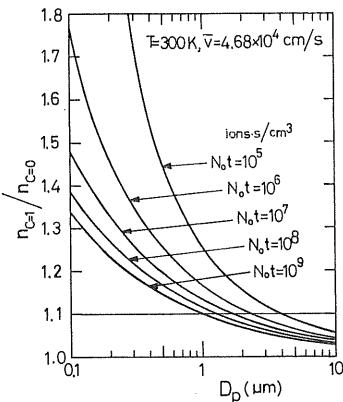
で  $\Delta n/n = 2 \sim 0.5\%$  程度である。

- (2)  $n$  を一定とすると、 $N_0 t$  における誤差率は  $a = 0.05 \mu m$  で  $\Delta(N_0 t)/N_0 t = 23 \sim 17\%$ ,  $a = 1.0 \mu m$  で  $\Delta(N_0 t)/N_0 t = 7 \sim 4\%$  程度である。
- (3) 誤差率はいずれも  $n$  の増加および  $a$  の増加とともに減少する。

なお、(12) 式の近似による誤差は式および図 6 からわかるように、一定の  $n$  に対して常に  $(N_0 t)_m > N_0 t$  となり、 $N_0 t$  を既知として  $n$  を求める場合は  $n$  を不足見積りすることになる。

#### 4. イメージ効果の計算例

(3) 式からわかるように粒子の比誘電率の関数である  $c$  は  $0 \rightarrow 1$  ( $K = 1 \rightarrow \infty$ ) の範囲で変化する。そして、 $c = 0$  のときの  $n$  の値は White 式から求まる  $n$  と一致する。すなわち、White 式は  $K = 1$  の粒子に対する拡散荷電

図 8  $c=1$  のときの帶電量の増加割合Fig. 8 Increase of the particle charges in the case of  $c=1$ .

量を表わす式と考えられ、一方、(14) 式は  $K$  が任意の場合の拡散荷電量の式と考えられる。以下、(14) 式および前節で得られた  $k_{2a}$  を使用して計算されたイメージ効果にもとづく  $n$  の増加について述べる。

図 7 は  $N_0 t$  をパラメータとして、粒子直径  $D_p$  と  $n$  の関係を表わすグラフにおいて  $c$  の影響を示したものである。さらに、図 8 は  $n$  の増加割合をわかりやすくするため、図 7 をもとに  $n_{c=1}/n_{c=0}$  の変化を示したものである。図 7、図 8 より  $n$  の増加割合は、前節で検討した誤差率  $\epsilon_a$  に比べてはるかに大きいことがわかる。また、粒子直径が小さくなると、イメージ効果によって  $n$  が急激に増加している。

一応の目安として、 $n_{c=1}/n_{c=0} > 1.1$  の範囲をイメージ効果の有効範囲と考えれば、 $N_0 t$  の大小によりいくぶん異なるけれども、だいたい、 $D_p/c < 2 \mu m$  が得られる。すなわち、 $D_p/c$  が  $2 \mu m$  ( $a/c = 1 \mu m$ ) より大きくなるとイメージ効果は小さくなる。また、有効範囲を  $n$  の大きさで表現すれば図 7 よりだいたい  $n/c < 100$  が得られる。したがって、イメージ効果の有効範囲は、粒子の大きさとしては  $D_p/c$  が  $2 \mu m$  以下の粒子、帯電量としては  $n/c$  が  $100$  以下の場合 (図 7 の鎖線で囲まれた範囲) であるという概略的な結論が得られる。

図 9 は  $a = 1.0 \mu m$  までの粒子について  $c$  の影響を示したものである。同図より  $N_0 t = 10^6 \sim 10^8 \text{ ion} \cdot s/cm^3$  の範囲で、 $a = 0.05 \mu m$  の場合、 $n_{c=0}$  を基準とした  $n$  の増加は  $c = 0.1$  で  $26 \sim 13\%$ 、 $c = 0.5$  で  $55 \sim 28\%$ 、 $c = 1$  では  $78 \sim 39\%$  である。したがって、微小粒子の場合には  $c$  の変化に対して  $n$  の増加が非常に大きいことがわかる。

最後に、(14) 式の使用可能な範囲について検討する。

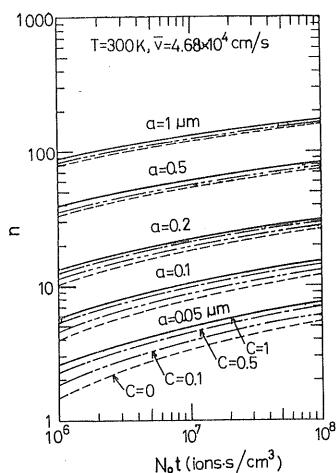


図 9 微粒子の場合の比誘電率の影響

Fig. 9 Effect of the dielectric constant in the case of fine particles.

(14) 式において、 $N_0 t$  の減少によって右辺の { } 内の値が 1 に近づけば、

$$n^{1/2}(n^{1/2} - c^{1/2}) \rightarrow 0, \therefore n \rightarrow c \quad (25)$$

となり、帶電量  $n$  は  $c$  に漸近する。すなわち、 $N_0 t \rightarrow 0$  の極限においても  $n/c \geq 1$  という結論になり、これは事実と相違する。このように間違った結論に達する原因は、電位障壁  $x_m$ 、 $\phi_m'$  の表現式において  $n/c$  の関数である  $k_1$ 、 $k_2$  の代りに、一定な近似値  $k_{1a}$ 、 $k_{2a}$  を採用したこと、および (12) 式で示される近似式を使用したことにあると考えられる。

図 3 からもわかるように、 $n/c$  が小さくなると  $k_1$ 、 $k_2$  の許容誤差  $\Delta k_1$ 、 $\Delta k_2$  の値が非常に小さくなり、したがって荷電開始から終了までの全荷電時間にわたって  $k_1$ 、 $k_2$  を一定と仮定することは、誤差率の増大をまねくので不適当となる。図 7 で、 $c=1$ 、 $N_0 t = 10^5 \text{ ion}\cdot\text{s}/\text{cm}^3$  のときの帶電量のグラフが  $n \neq 2$  付近より大きく変化しているのがみられる。図には書いていないが他の  $N_0 t$ についても、ほぼ同じ傾向がみられた。以上のことより、(14) 式はだいたい  $n/c > 2$  の範囲で使用が可能である

と考えられる。

## 5. 結 論

単極性イオンによる拡散荷電の過程に、White 理論を基にしてクーロン力のほかにイメージ力をも考慮した解析を行なった。イオンに対する無次元電位障壁の位置と障壁電位の大きさは、粒子の帶電量および比誘電率の複雑な関数形になるが、適当な近似を行なうことによって White 式と類似な関係式を得た。

この関係式を White 式と比較すると、粒子の比誘電率の影響を含んだ修正式と考えられ、比誘電率が 1 の場合には White 式に帰着する。この修正式の特徴は、電算機を使用しなくても手計算で簡単に粒子の拡散荷電量が計算できることである。

計算の結果、粒子の  $D_p/c$  が約  $2 \mu\text{m}$  以下の場合、または  $n/c$  が約 100 以下の範囲では、イメージ効果にともづく帶電量の増加を考慮する必要のあることがわかった。また、この修正式は  $n/c > 2$  の範囲で使用が可能であると考えられる。

終りに、平素ご懇切なご指導をいただいている東京大学増田閔一教授ならびに 1 年間の外国留学で著者に電気集じんに関する研究の機会を与えられたニューヨーク州立大学バッファロー校 D.T. Shaw 教授に深く感謝します。また、本研究の数値計算について、ご協力いただいた上記バッファロー校大学院生 G. Liu 君、姫路工業大学卒研生玉城雅勝、前田功の両君に感謝する。

## 参 考 文 献

- 1) H.J. White : *Industrial Electrostatic Precipitation*, Chap. 5, p. 139, Addison-Wesley, Massachusetts (1963)
- 2) N.A. Fuchs : *Investigations Acad. Nauk. USSR, Ser. Geogr. Geophys.*, 11 (1947) 341
- 3) J. Bricard : *J. Geophys. Res.*, 54 (1949) 39
- 4) J.R. Brock : *J. Appl. Phys.*, 41 (1970) 843
- 5) B.Y.H. Liu and D.Y.H. Pui : *J. Colloid Interface Sci.*, 58 (1977) 142