

論 文

接地面上の円柱電荷による電位と電界の計算

浅野和俊^{*1}, 田村裕之^{**2}, 松原美之^{**3}

(2006年6月30日受付; 2006年11月13日受理)

Field Distribution along the Center Axis of Space Charge Cylinder
Placed on a Grounded PlateKazutoshi ASANO^{*1}, Hiroyuki TAMURA^{**2} and Yoshiyuki MATSUBARA^{**3}

(Received June 30, 2006; Accepted November 13, 2006)

Due to the big earthquake which occurred in September 2003 at Hokkaido, Japan, two oil tanks were burned and completely destroyed. One of them is a crude oil tank and the other is a naphtha tank. According to the report of the fire disaster investigation team, there is a possible cause of the ignition of oil with electrostatic discharge. From the cracked pipe, crude oil was splashed upward and burned by forming a space charge cloud. The question arisen was that the field strength due to such space charge could initiate the ignitable discharge. Since there is no suitable model to calculate potential and electric field, a simple model with finite height of cylindrical charge and image charge was made. Since our interest is concentrated on the potential and field at z axis, theoretical calculation is straightforward. Theoretically derived result showed a very simple form of electric field at the ground plate, from which the possibility of discharge could be estimated.

1. はじめに

2003年9月26日に発生した十勝沖地震により北海道苫小牧市の精油所にある原油タンクとナフサタンクが炎上し大きな被害をもたらした¹⁾。社会的に重大な影響を及ぼす火災であったことから、独立行政法人消防研究所に原因究明のための専門家による委員会が設置されることとなった。その調査段階で、原油タンク火災に関して考えられる着火原因として「原油の配管破損部からの噴出による帯電」があげられ、「パイプの亀裂面から上方へ噴出した帯電原油の帯電雲による電界が放電着火を引き起こしうるか否か」について解析する必要があった。委員会での事故原因の究明にあたっては、ガウスの定理を応用し、一様に帯電した球形の電荷雲が形成する静電場に関して解析的に計算して結論を導いた²⁾。接地面から遠い中空に浮いた球状電荷でモデル化すると計算精度が高くないが、一方で、比較的实际の配置に近い形状と考えら

れる有限長円柱電荷でモデル化すると解析解が非常に厄介なものとなるからであり^{3,4)}、時間的な制約の中で現実的な近似モデルとして球形の電荷雲モデルを採用した。

その後、直径24インチの金属パイプと大地が接地面を形成している実際の状況により形状に近い図1に示すような半径 R 、高さ Z の一様な電荷密度 ρ の円柱状空間電荷が接地面上に置かれた場合に形成される静電場について、解析的な解が

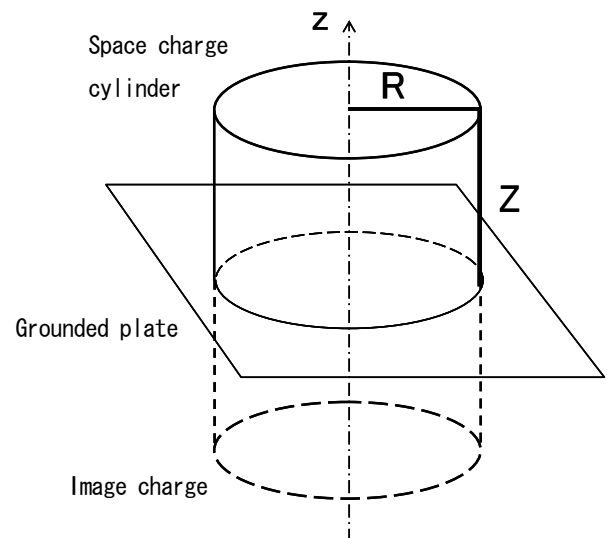


図1 接地面上の円柱状空間電荷

Fig.1 The space charge cylinder placed on a grounded plate.

キーワード：円柱電荷，空間電荷，タンク火災，電界電位計算，映像電荷

* 山形大学名誉教授 (300-0523 茨城県稲敷市時崎 997-10)
997-10, Tokisaki, Inashiki-shi, Ibaraki 3000523, Japan

** 消防庁消防大学校消防研究センター(182-8508 東京都調布市深大寺東町 4-35-3)

National Research Institute of Fire and Disaster Japan, 4-35-3,
Jindaiji-higashimachi, Chofu, Tokyo 1828508, Japan

¹ asanokz2003@ybb.ne.jp

² tamura@fri.go.jp

³ matsu@fri.go.jp

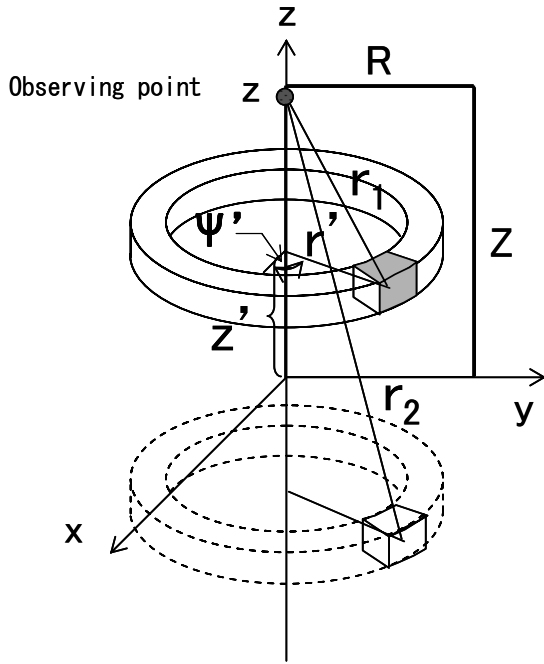


図2 微小電荷と観測点の関係
Fig.2 Relative position between observing point and charge elements.

求まらないかについて検討してみたところ、放電発生を評価する上で重要な中心軸上の電位と電界強度については比較的簡単な解で表せることが分かった。

一様な電荷密度の円柱問題は軸対称問題と考えることが出来、リング電荷による電界の一般的な解は楕円関数となることが知られており⁵⁾、簡単な式とはならないが、今回の問題は一般的な電位、電界よりも中心軸上の電位と電界強度が重要であることから、その点に着目して解を解析的に求めたものである。なお、接地面を形成するために影像電荷も考慮して計算を実施している。

2. 計算の手法

基本原理は微小電荷によって生ずる空間の電位を基にして電荷全体に渡って積分するだけであるが、3次元積分なのでそれ程簡単ではない。図2は微小電荷と観測点zとの関係を表している。円筒座標系を用いるので独立変数はr, ψ, zである。このrは水平方向にのみ変化するもので、球座標のrとは意味が異なる。円筒座標系ではρを用いることが多いが⁶⁾、ここでは電荷密度にρを用いるため、あえてrを用いることにした。しかし、図のr₁とr₂は一般的な意味に用いられていて、3次元的に変化するものである。

観測点を一般座標r, ψ, zで表すので、ソースとしての微小電荷の位置はr', ψ', z'とプライムを付けて表す。観測点と電荷の位置との関係は次式で表される。r₁は微小電荷との距離、r₂は影像電荷との距離である。

$$r_1 = \sqrt{(z - z')^2 + r'^2} \tag{1}$$

$$r_2 = \sqrt{(z + z')^2 + r'^2} \tag{2}$$

観測点z点の電位は、微小電荷(真電荷)とその影像電荷から次式のように求められる。右辺第1項は真電荷の影響を、右辺第2項は影像電荷の影響を表す。

$$\phi = \iiint \frac{\rho r' d\psi' dr' dz'}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \iiint \frac{\rho r' d\psi' dr' dz'}{4\pi\epsilon_0 r_2} \tag{3}$$

ここではz軸上の電位、電界強度のみを求めると、軸対称問題となり角度の影響が無くなる。そこでψ'について一周に渡って積分すると2πとなる。

$$\phi = \iint \frac{\rho r' dr' dz'}{2\epsilon_0 r_1} - \iint \frac{\rho r' dr' dz'}{2\epsilon_0 r_2} \tag{4}$$

次にr'について積分するので、(4)式を次のように書き換えておく。

$$\begin{aligned} \phi &= \int \frac{\rho}{2\epsilon_0} dz' \int \frac{r' dr'}{\sqrt{(z - z')^2 + r'^2}} \\ &\quad - \int \frac{\rho}{2\epsilon_0} dz' \int \frac{r' dr'}{\sqrt{(z + z')^2 + r'^2}} \\ &= \int \frac{\rho p_a}{2\epsilon_0} dz' - \int \frac{\rho p_b}{2\epsilon_0} dz' \end{aligned} \tag{5}$$

まずp_aについて積分する。

$$\begin{aligned} p_a &= \int_0^R \frac{r' dr'}{\sqrt{(z - z')^2 + r'^2}} = \left[\sqrt{(z - z')^2 + r'^2} \right]_0^R \\ &= \sqrt{(z - z')^2 + R^2} - |z - z'| \end{aligned} \tag{6}$$

この式をz'でさらに積分する。

$$\begin{aligned} \int p_a dz' &= \int_0^z \left[\sqrt{(z - z')^2 + R^2} - |z - z'| \right] dz' \\ &= \int_0^z \sqrt{(z - z')^2 + R^2} dz' - \int_0^z |z - z'| dz' \\ &= \frac{1}{2} (z \sqrt{z^2 + R^2} - (z - Z) \sqrt{(z - Z)^2 + R^2} \\ &\quad + R^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z - Z + \sqrt{(z - Z)^2 + R^2}} \\ &\quad - z|z| + (z - Z)|z - Z|) \end{aligned} \tag{7}$$

p_bは次のように求まる。

$$p_b = \int_0^R \frac{r' dr'}{\sqrt{(z+z')^2 + r'^2}} = \sqrt{(z+z')^2 + r'^2} \Big|_0^R$$

$$= \sqrt{(z+z')^2 + R^2} - |z+z'| = P_c - P_d \quad (8)$$

この式の積分は厄介なので、二つの項に分けて積分する。

$$\int P_c dz' = \int_0^z \sqrt{(z+z')^2 + R^2} dz'$$

$$= -\frac{1}{2}(z\sqrt{z^2 + R^2} - (z+Z)\sqrt{(z-Z)^2 + R^2} + R^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z + Z + \sqrt{(z-Z)^2 + R^2}}) \quad (9)$$

第2項の積分は z の位置によって次の3式に分かれる。

$$\int P_d dz' = \begin{cases} -Z^2/2 - zZ \dots\dots z < -Z \\ z^2 + Z^2/2 + zZ \dots\dots -Z < z < 0 \\ Z^2/2 + zZ \dots\dots 0 < z \end{cases} \quad (10)$$

結局 p_b を積分したものは次のようになる。

$$\int p_b dz' = -\frac{1}{2}(z\sqrt{z^2 + R^2} - (z+Z)\sqrt{(z-Z)^2 + R^2} + R^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z + Z + \sqrt{(z-Z)^2 + R^2}})$$

$$- \begin{cases} -Z^2/2 - zZ \dots\dots z < -Z \\ z^2 + Z^2/2 + zZ \dots\dots -Z < z < 0 \\ Z^2/2 + zZ \dots\dots 0 < z \end{cases} \quad (11)$$

全体の電位は (7) 式から (11) 式を引くことによって求まるが、(5) 式の電位を次のように基準化しておく。

$$\phi' = \frac{2\epsilon_0 \phi}{\rho} = \int p_a dz' - \int p_b dz' \quad (12)$$

今までの計算結果をすべてこの式に代入すると、基準化された電位は次のように表される。

$$\phi' = \frac{1}{2}(z\sqrt{z^2 + R^2} - (z-Z)\sqrt{(z-Z)^2 + R^2} + R^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z - Z + \sqrt{(z-Z)^2 + R^2}} - z|z| + (z-Z)|z-Z|) + \frac{1}{2}(z\sqrt{z^2 + R^2}$$

$$- (z+Z)\sqrt{(z+Z)^2 + R^2} + R^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + R^2}}{z + Z + \sqrt{(z+Z)^2 + R^2}})$$

$$+ \begin{cases} -Z^2/2 - zZ \dots\dots z < -Z \\ z^2 + Z^2/2 + zZ \dots\dots -Z < z < 0 \\ Z^2/2 + zZ \dots\dots 0 < z \end{cases} \quad (13)$$

この式はもう少し整理できるが、整理してもそれ程のメリットが無いのでこのまま使用する。

次に z 軸上の電界強度を求める。電界強度は電位を z で偏微分をした後、マイナス符号を付けるが、基準化電界はとりあえずマイナス符号を無視する。

$$E' = \frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{2\epsilon_0}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$= -\frac{(z-Z)^2}{\sqrt{(z-Z)^2 + R^2}} + \frac{(z-Z)^2}{\sqrt{(z-Z)^2}} - \sqrt{z^2} + \frac{2z^2}{\sqrt{z^2 + R^2}} - \frac{(z+Z)^2}{\sqrt{(z+Z)^2 + R^2}}$$

$$+ R^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{(z-Z)^2 + R^2}} + \frac{2}{\sqrt{z^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{(z+Z)^2 + R^2}} \right)$$

$$+ \begin{cases} -Z \dots\dots z < -Z \\ 2z + Z \dots\dots -Z < z < 0 \\ Z \dots\dots 0 < z \end{cases} \quad (14)$$

最も興味のある部分は接地面、すなわち $z = 0$ での電界強度である。

$$\left. \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{Z^2}{\sqrt{Z^2}} - \frac{2Z^2}{\sqrt{Z^2 + R^2}} + R^2 \left(\frac{2}{\sqrt{R^2}} - \frac{2}{\sqrt{Z^2 + R^2}} \right) + Z$$

$$= Z - \frac{2Z^2}{\sqrt{Z^2 + R^2}} + 2R - \frac{2R^2}{\sqrt{Z^2 + R^2}} + Z$$

$$= 2(Z + R - \sqrt{Z^2 + R^2}) \quad (15)$$

この様に接地面での電界強度は非常に簡単な式となる。

$$E|_{z=0} = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} \left. \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right|_{z=0}$$

$$= -\frac{\rho}{2\epsilon_0} 2(Z + R - \sqrt{Z^2 + R^2})$$

$$= -\frac{\rho}{\epsilon_0} (Z + R - \sqrt{Z^2 + R^2}) \quad (16)$$

3. 結果の数値的検討

これらの解が z 軸上でどのような変化を示すかは、これらの式に実際の数値を入れて計算する必要があるが、かなり煩雑な計算となる。手っ取り早い方法は Mathematica のような計算ソフトを用いることであるが、あまり一般的でないので Excel による解法を示す。Excel による実際の計算のやり方については付録に示す。

数値計算をするためにはもう少し基準化した方がやりやすい。円柱の高さ Z で z と R を基準化する。

$$\tilde{z} = z / Z \tag{17}$$

$$\tilde{R} = R / Z \tag{18}$$

さらに電位を基準化した式を下記に示す。

$$\begin{aligned} \tilde{\phi} &= \frac{\phi'}{Z^2} \\ &= \frac{1}{2}(-(\tilde{z}-1)\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2} \\ &\quad + (\tilde{z}-1)\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 - \tilde{z}\sqrt{\tilde{z}^2}} \\ &\quad + 2\tilde{z}\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2} - (\tilde{z}+1)\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2} \\ &\quad + \tilde{R}^2 \ln \frac{\tilde{z} + \sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}}{\tilde{z} - 1 + \sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}} \\ &\quad + \tilde{R}^2 \ln \frac{\tilde{z} + \sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}}{\tilde{z} + 1 + \sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}}) \\ &\quad + \begin{cases} -\frac{1}{2} - \tilde{z} \dots \dots \tilde{z} < -1 \\ \tilde{z}^2 + \tilde{z} + \frac{1}{2} \dots \dots -1 \leq \tilde{z} \leq 0 \\ \frac{1}{2} + \tilde{z} \dots \dots 0 < \tilde{z} \end{cases} \end{aligned} \tag{19}$$

実際の電位と基準化電位の間には次のような関係がある。

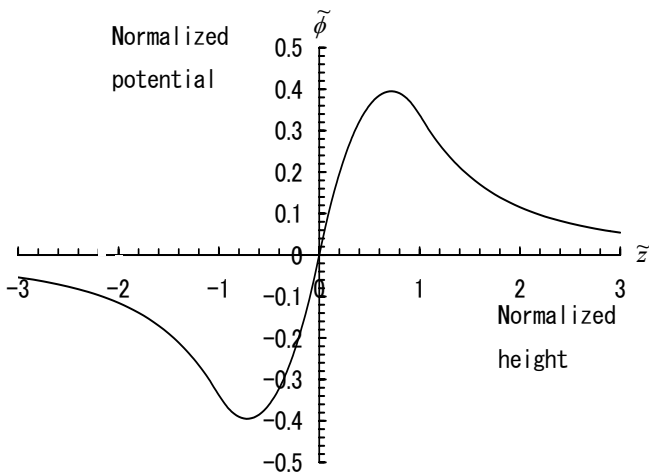


図3 Z軸上の基準化電位分布の形状
Fig.3 Profile of the normalized potential distribution on Z-axis.

$$\phi = \frac{\rho Z^2}{2\epsilon_0} \tilde{\phi} \tag{20}$$

円柱の高さと半径が等しい場合、すなわち $\tilde{R} = 1$ の時、基準化電位について計算したものを図3に示す。図3は(19)式を計算したもので z 軸上での電位分布を表す。

横軸が基準化された z 方向で、縦軸が基準化電位である。この図で分かるように最大電位は円柱内で、その最大電位は円柱の0.7位のところにある。

基準化された電界強度の式は次のように整理される。

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \frac{E'}{Z} = \frac{2\epsilon_0}{\rho Z} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{z}} \\ &= -\frac{(\tilde{z}-1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}} + \frac{(\tilde{z}-1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2}} \\ &\quad - \sqrt{\tilde{z}^2} + \frac{2\tilde{z}^2}{\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}} - \frac{(\tilde{z}+1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}} \\ &\quad + \tilde{R}^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}} + \frac{2}{\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}} \right) \\ &\quad + \begin{cases} -1 \dots \dots \tilde{z} < -1 \\ 2\tilde{z} + 1 \dots \dots -1 < \tilde{z} < 0 \\ 1 \dots \dots 0 < \tilde{z} \end{cases} \end{aligned} \tag{21}$$

この基準化電界と実際の電界とは次のような関係がある。

$$\begin{aligned} E &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial \tilde{z} Z} \frac{\rho Z^2 \tilde{\phi}}{2\epsilon_0} \\ &= -\frac{\rho Z^2}{2\epsilon_0 Z} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{z}} = -\frac{\rho Z}{2\epsilon_0} \tilde{E} \end{aligned} \tag{22}$$

図4は(21)式をもとに計算したもので z 軸上の電界強度分

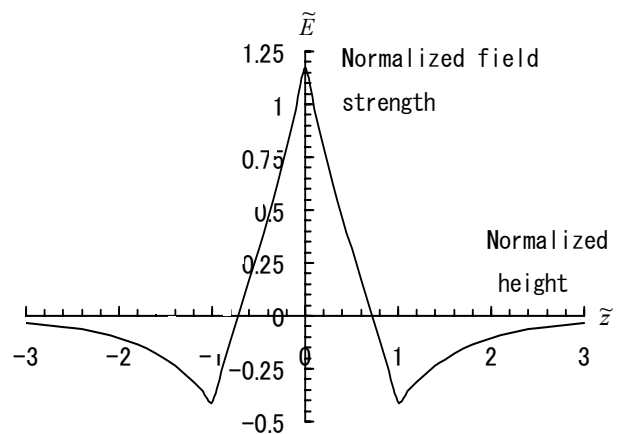


図4 Z軸上の基準化電界強度分布
Fig.4 Distribution of the normalized electric field strength on Z-axis.

布を表す。横軸は基準化された z の値で、縦軸が基準化電界強度を表している。前述したように最高電位の点、すなわち電界強度 0 の点は円柱の高さの約 0.7 の位置にある。

4. 実際の問題への適用例

亀裂パイプから上方へ噴出した原油微粒子が帯電雲を作る場合についてのモデル化がこの計算の目的の一つであったので、実際の数値を入れて地平面での電界強度を推定する。

報告書の写真によるとパイプからの火炎の直径は 14~15m, 高さは 40~50m である。一応半径 7 m, 高さ 45m とする。電荷密度についてはデータが無いので、推定値として調査委員会報告書の数字 10^{-8} C/m^3 を用いる。これらの値を

(16) 式に代入する。

$$E = 10^{-8} \text{ C/m}^3 \times (45+7-45.5) / (8.85 \times 10^{-12}) \\ = 0.73 \times 10^4 \text{ V/m}$$

この電荷密度で見ると、電荷雲の形状をより現実に近いモデルによる静電場計算によっても、放電による着火の可能性は著しく低いと言えそうである。なお、今回のモデル化ではパイプの曲率をまったく無視しているが、曲率をもった接地面ではもう少し様子が異なると思われ、さらに研究の余地がある。

参考文献

- 1) 十勝沖地震記録編集委員会編：「平成 15 年（2003 年）十勝沖地震記録」消防研究所（2004.9）
- 2) 藤田広一：電磁気学ノート, p44, コロナ社(1971)
- 3) 浅野和俊：静電気学会誌 11, 1 (1987) 47-53
- 4) 浅野和俊：静電気学会誌 11, 2 (1987) 126-133
- 5) 静電気学会編：静電気ハンドブック, p.1002, オーム社 (1998)
- 6) M. Zahn: "Electromagnetic field theory", Chap. 1, R.E.Krieger Pub., Malabar, Florida, USA (1987)

付録 エクセルによる計算のやり方

電位計算も、電界強度計算もどちらも同様に出来るが、ここでは電界強度計算を例として計算のやり方を示す。図 5 はその計算を行った表の一部である。(21)式の各項をそれぞれの列にいれ、 z を変化させてそれぞれの列を計算する。 z は計算したい範囲に変化させる必要があることと、グラフ化したときにどの程度の精度が必要かで変化の割合が違ってくる。ここでは z を -3 から +3 まで変化させ、全体を 60 分割にした。

すなわち 0.1 ずつの変化である。この z は D 列に入っているが C 列の数字を元にして計算したものである。相対半径は B 列の 2 に入っている。

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
0	-3	9	16	4	4.123106	3.162278	2.236068	3.88057	4	3	5.6921	1.7889	-0.0573	-1	-0.03462
1	-2.9	8.41	15.21	3.61	4.026164	3.067572	2.147091	3.777789	3.9	2.9	5.4832	1.6813	-0.0621	-1	-0.03811
2	-2.8	7.84	14.44	3.24	3.929377	2.973214	2.059126	3.674883	3.8	2.8	5.2738	1.5735	-0.0675	-1	-0.04208
3	-2.7	7.29	13.69	2.89	3.832754	2.879236	1.972308	3.571845	3.7	2.7	5.0638	1.4653	-0.0733	-1	-0.04659
4	-2.6	6.76	12.96	2.56	3.736308	2.785678	1.886796	3.468664	3.6	2.6	4.8534	1.3568	-0.0797	-1	-0.05175
5	-2.5	6.25	12.25	2.25	3.640055	2.692582	1.802776	3.365334	3.5	2.5	4.6424	1.2481	-0.0866	-1	-0.05767
6	-2.4	5.76	11.56	1.96	3.544009	2.6	1.720465	3.261843	3.4	2.4	4.4308	1.1392	-0.0942	-1	-0.06447
7	-2.3	5.29	10.89	1.69	3.448188	2.507987	1.640122	3.158181	3.3	2.3	4.2185	1.0304	-0.1023	-1	-0.07234
8	-2.2	4.84	10.24	1.44	3.352611	2.416609	1.56205	3.054336	3.2	2.2	4.0056	0.9219	-0.1109	-1	-0.08144
9	-2.1	4.41	9.61	1.21	3.257299	2.325941	1.486607	2.950297	3.1	2.1	3.792	0.8139	-0.1198	-1	-0.09203
10	-2	4	9	1	3.162278	2.236068	1.414214	2.84605	3	2	3.5777	0.7071	-0.1289	-1	-0.10436
11	-1.9	3.61	8.41	0.81	3.067572	2.147091	1.345362	2.741582	2.9	1.9	3.3627	0.6021	-0.1378	-1	-0.11875
12	-1.8	3.24	7.84	0.64	2.973214	2.059126	1.280625	2.636877	2.8	1.8	3.147	0.4998	-0.1459	-1	-0.13559
13	-1.7	2.89	7.29	0.49	2.879236	1.972308	1.220656	2.531922	2.7	1.7	2.9306	0.4014	-0.1525	-1	-0.15527
14	-1.6	2.56	6.76	0.36	2.785678	1.886796	1.16619	2.426699	2.6	1.6	2.7136	0.3087	-0.1565	-1	-0.17828
15	-1.5	2.25	6.25	0.25	2.692582	1.802776	1.118034	2.321192	2.5	1.5	2.4962	0.2236	-0.1564	-1	-0.20507
16	-1.4	1.96	5.76	0.16	2.6	1.720465	1.077033	2.215385	2.4	1.4	2.2785	0.1486	-0.1506	-1	-0.2361
17	-1.3	1.69	5.29	0.09	2.507987	1.640122	1.044031	2.109261	2.3	1.3	2.0608	0.0862	-0.1371	-1	-0.27177
18	-1.2	1.44	4.84	0.04	2.416609	1.56205	1.019804	2.002806	2.2	1.2	1.8437	0.0392	-0.114	-1	-0.31231
19	-1.1	1.21	4.41	0.01	2.325941	1.486607	1.004988	1.896007	2.1	1.1	1.6279	0.01	-0.0796	-1	-0.35771
20	-1	1	4	0	2.236068	1.414214	1	1.788854	2	1	1.4142	0	-0.033	-1	-0.40764
21	-0.9	0.81	3.61	0.01	2.147091	1.345362	1.004988	1.681345	1.9	0.9	1.2041	0.01	0.0258	-0.8	-0.26135
22	-0.8	0.64	3.24	0.04	2.059126	1.280625	1.019804	1.573483	1.8	0.8	0.9995	0.0392	0.09551	-0.6	-0.11768
23	-0.7	0.49	2.89	0.09	1.972308	1.220656	1.044031	1.465288	1.7	0.7	0.8028	0.0862	0.17362	-0.4	0.024972
24	-0.6	0.36	2.56	0.16	1.886796	1.16619	1.077033	1.356797	1.6	0.6	0.6174	0.1486	0.25651	-0.2	0.168552
25	-0.5	0.25	2.25	0.25	1.802776	1.118034	1.118034	1.248075	1.5	0.5	0.4472	0.2236	0.33973	0	0.315258
26	-0.4	0.16	1.96	0.36	1.720465	1.077033	1.16619	1.139227	1.4	0.4	0.2971	0.3087	0.41822	0.2	0.46741
27	-0.3	0.09	1.69	0.49	1.640122	1.044031	1.220656	1.030411	1.3	0.3	0.1724	0.4014	0.48671	0.4	0.627284
28	-0.2	0.04	1.44	0.64	1.56205	1.019804	1.280625	0.921866	1.2	0.2	0.0784	0.4998	0.54011	0.6	0.796933
29	-0.1	0.01	1.21	0.81	1.486607	1.004988	1.345362	0.813934	1.1	0.1	0.0199	0.6021	0.57411	0.8	0.978006
30	0	0	1	1	1.414214	1	1.414214	0.707107	1	0	0	0.7071	0.58579	1	1.171573

図 5 電界強度の計算結果の例
Fig.5 An example of the calculation of electric field strength.

どの列にどの項が入っているかを以下に列記しておく。
 後のR列が結果の値である。

D列：C列を基にして \tilde{z} を計算する。

E列： \tilde{z}^2

F列： $(\tilde{z}-1)^2$

G列： $(\tilde{z}+1)^2$

H列： $\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}$

I列： $\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}$

J列： $\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}$

K列： $\frac{(\tilde{z}-1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}}$

L列： $\frac{(\tilde{z}-1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2}}$

最 M列： $\sqrt{\tilde{z}^2}$

N列： $\frac{2\tilde{z}^2}{\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}}$

O列： $\frac{(\tilde{z}+1)^2}{\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}}$

P列： $\tilde{R}^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{(\tilde{z}-1)^2 + \tilde{R}^2}} + \frac{2}{\sqrt{\tilde{z}^2 + \tilde{R}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(\tilde{z}+1)^2 + \tilde{R}^2}} \right)$

Q列： $\left\{ \begin{array}{l} -1 \cdots \cdots \tilde{z} < -1 \\ 2\tilde{z} + 1 \cdots \cdots -1 < \tilde{z} < 0 \\ 1 \cdots \cdots 0 < \tilde{z} \end{array} \right\}$

R列：各項の和(= -K列+L列-M列+N列-O列+P列+Q列)，
 即ち相対的電界強度 \tilde{E} である。

図4はR列の値を基に描いている。