

## 論 文

# 背面が接地された薄い絶縁物の表面電位の解析解 の帯電防止性能評価への応用

大澤 敦<sup>\*,1</sup>, 大内 幹夫<sup>\*\*,2</sup>

(2003年9月11日受付, 2003年11月28日受理)

## Applications of Analytical Solutions of Surface Potential on Thin Insulators having Grounded Backing Conductor to Evaluation of Antistatic Materials

Atsushi OHSAWA<sup>\*,1</sup> and Mikio OHUCHI<sup>\*\*,2</sup>

(Received September 11, 2003; Accepted November 28, 2003)

Analytical solutions of surface potential distributions on thin insulators having a grounded backing conductor have been obtained by using the model of a distributed resistor-capacitor network. In this paper, we apply the steady state and transient solutions for disk and rectangular thin insulators to determine the resistance to ground and charge relaxation, which characterize their antistatic properties. Consequently the model shows that both the resistance and charge relaxation as well as the surface potential greatly depend on  $\rho_s/(\rho_v\delta)$ , that is, the ratio of surface resistance to volume resistance of the insulator having a unit square cross-section and a thickness  $\delta$ , where  $\rho_s$ : surface resistivity,  $\rho_v$ : volume resistivity. Since the solutions are expressed by the functions of their surface and volume resistivities, permittivities and dimensions, and further the implementation of the calculations is relatively easily given by any mathematical software rather than numerical analyses, the solutions are useful in evaluating and designing antistatic materials.

### 1. はじめに

接地された静電気的な導体の上に薄く絶縁物がコーティングされているものはよく見かけることができる。たとえば、床、作業台のシート、グラスライニング（薬品などの耐腐食のためベースの金属にガラス等をコーティングしたもの）、金属の塗装面などがそれにあたる。床では人体の帯電防止（人体からの静電気放電による災害、障害防止）また、作業

**キーワード：**回路網モデル、表面電位、帯電防止、漏洩抵抗、電荷緩和

\* 産業安全研究所物理工学安全研究グループ (204-0024 東京都清瀬市梅園 1-4-6)

Physical Engineering Safety Research Group, National Institute of Industrial Safety, 1-4-6 Umezono, Kiyose, Tokyo 204-0024, Japan

\*\* 東京電機大学工学部電子工学科 (101-8457 東京都千代田区神田錦町 2-2)

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering, Tokyo Denki University, 2-2 kanda-nishiki, Chiyoda, Tokyo 101-8457, Japan

<sup>1</sup> ohsawa@anken.go.jp

<sup>2</sup> ohuchi@d.dendai.ac.jp

台シートでは静電気による生産障害、製品破壊防止、グラスライニングでは薬品等の帯電防止の観点から、これらの製品には帯電防止性能を有する材料が用いられている。しかしながら、なかには帯電防止性能を示さない材料や製品がある。たとえば、表面抵抗のみが帯電防止性能の要件を満たしている床などである<sup>1)</sup>。帯電防止性能の要件を誤って解釈したこのような製品や材料をなくすことも含めて、帯電防止材料の静電気特性と帯電防止性能の要件を理論的に把握することは各種材料の性能評価や設計に重要である。

背面が接地された薄い絶縁物の表面電位は、円板あるいは断面が長方形の絶縁物において、表面・体積抵抗率と誘電率に依存する微小体積要素の抵抗と容量で構成される分布回路を用いてモデル化することによって、解析的に解くことが可能である<sup>2)</sup>。このような回路モデルによる解析は一次元モデル<sup>3,4)</sup> やタンク内のグラスライニング<sup>5)</sup>に応用されている。また、大澤<sup>6,7)</sup>は回路モデルを用いて正方形状の

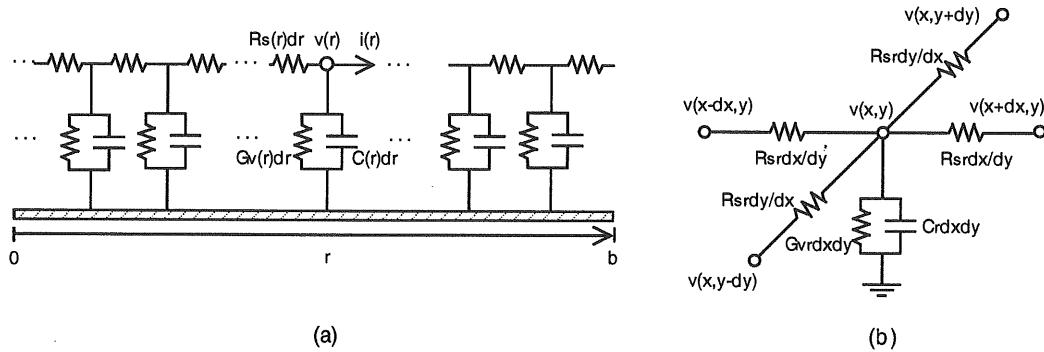


図1 片面が接地された薄い絶縁物の等価回路モデル (a) 円板状絶縁物の等価回路, (b) 長方形状絶縁物の微小体積要素の等価回路

Fig.1 Equivalent circuit models. (a) Equivalent network for disk insulators having a grounded backing conductor and (b) small segment of equivalent circuit for rectangular insulators on a grounded conductor.

絶縁物の無次元化による包括的な数値解を示し、帯電防止床の性能評価に応用した。しかしながら、解析解は数値解<sup>6,7)</sup>とは異なり、現象を物理的に理解することができるので、漏洩抵抗や緩和時間などの評価試験データなどの実際の現象を理論的に説明にすることができるという利点がある。

帯電防止性能は帯電防止材の漏洩抵抗および電荷緩和によって特徴づけられ、帯電防止にコロナ放電を利用したものと除いて通常の帯電防止材料においてその性能の評価試験では抵抗測定が行われ、必要に応じて電荷緩和時間が測定されるのが一般的である。したがって、本論文では解析的に解かれた円板状・長方形状の薄い絶縁物の表面電位分布の定常解を漏洩抵抗に、過渡解を電荷緩和に応用した。

## 2. モデル

本モデルは円板状の絶縁物の半径あるいは長方形状の絶縁物の辺の長さがそれらの厚さ  $\delta$  よりも十分に長く、片面が静電的に接地された（絶縁物内部では厚さ方向の体積抵抗を経由した電流のみで、内部で水平方向の電流は無視できる）ものに適用される。帯電している部分あるいは評価試験などで置かれる電極の位置は絶縁物の中心とした。また、与えられるべき絶縁物の端での境界条件として、電流は中心から徐々に体積抵抗を通して反対面の接地へと流れ、絶縁物の側面の表面抵抗が全体積抵抗よりも十分に小さくならない（体積抵抗による厚み方向の電流  $\gg$  側面の表面抵抗による電流）かぎり、中心から遠く離れた端では表面電流は中心に比べて十分に小さくなるので、端で開放回路（端で表面電流がゼロ）とした。このとき、薄い絶縁物は図1のように微小要素の表面抵抗、体積抵抗および容量で構成される抵抗-容量分布回路で表すことができる。これらの仮定も含めて、こ

こで用いる抵抗-容量分布回路モデルの妥当性は実験によって確認されている<sup>6)</sup>。

### 2.1 円板状絶縁物のモデル

軸対称を仮定すると1次元モデルとして取り扱うことができる。円板状の絶縁物の等価回路は図1aのように半径  $r$  の位置における径方向の単位長さあたりの表面および体積抵抗  $R_s$ ,  $R_v = 1/G_v$  ( $G_v$ : コンダクタンス) と容量  $C$  で表すことができる。任意の位置  $r$  において微小幅  $dr$  に相当する表面抵抗  $R_s dr$ , コンダクタンス  $G_v dr$  および容量  $C dr$  を用いて、この格子点におけるキルヒホフの電流・電圧則を適用すると、

$$v(r - dr) - v(r) = -R_s dr i(r), \quad (1)$$

$$i(r) - i(r + dr) = G_v dr v(r) - C dr \frac{dv(r)}{dt}, \quad (2)$$

となり、表面電位  $v(r, t)$ 、表面電流  $i(r, t)$  に関する回路方程式は

$$\frac{\partial v(r, t)}{\partial r} = -R_s i(r, t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial i(r, t)}{\partial r} = -G_v v(r, t) - C \frac{\partial v(r, t)}{\partial t} \quad (4)$$

となる。ここで、絶縁物の表面および体積抵抗率  $\rho_s$ ,  $\rho_v$ , 誘電率  $\epsilon$  を用いて

$$R_s = \frac{\rho_s}{2\pi r}, \quad G_v = \frac{2\pi r}{\rho_v \delta} \equiv \frac{1}{R_v}, \quad C = \frac{2\pi \epsilon r}{\delta} \quad (5)$$

である。式(3)の微分を式(4)に代入して、つぎのような円板状絶縁物の表面電位の式を得る。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - R_s G_v v - R_s C \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

または、

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v - \frac{\rho_s \epsilon}{\delta} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

## 2.2 長方形状絶縁物のモデル

長方形状の絶縁物の微小体積要素の等価回路は図 1b のように表される。表面電位の式は図 1b の中心の格子点におけるキルヒホフの電流則を適用した電流の式

$$\begin{aligned} & \frac{v(x, y) - v(x + dx, y)}{R_{sr} \frac{dx}{dy}} + \frac{v(x, y) - v(x - dx, y)}{R_{sr} \frac{dx}{dy}} \\ & + \frac{v(x, y) - v(x, y + dy)}{R_{sr} \frac{dy}{dx}} + \frac{v(x, y) - v(x, y - dy)}{R_{sr} \frac{dy}{dx}} \\ & + G_{vr} dx dy v(x, y) + C_r dx dy \frac{dv(x, y)}{dt} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

から導出される。ここで、 $R_{sr}$ ,  $G_{vr}$ ,  $C$  は単位長さを 1 辺とする正方形の断面を持つ絶縁物の表面抵抗、コンダクタンスおよび容量である。この式 (8) より長方形状絶縁物の表面電位  $v(x, y, t)$  の式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - R_{sr} G_{vr} v - R_{sr} C_r \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

または、表面および体積抵抗率  $\rho_s$ ,  $\rho_v$ , 誘電率  $\epsilon$  を用いて、

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v - \frac{\rho_s \epsilon}{\delta} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

となる。ここで、

$$R_{sr} = \rho_s, \quad G_{vr} = \frac{1}{\rho_v \delta} \equiv \frac{1}{R_{vr}}, \quad C_r = \frac{\epsilon}{\delta} \quad (11)$$

## 3. 表面電位の解析解

解の導出は文献<sup>2)</sup>に詳述されているので、ここでは解のみを示す。また、ここで求めている過渡解は電荷緩和に応用されるので、時刻  $t = 0$ においてのみ初期表面電位が与えられたときの解を示している。

### 3.1 円板状絶縁物の過渡解

円板状絶縁物の過渡解は

$$\begin{aligned} v(r, t) &= A_0 \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \epsilon}\right) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\alpha_n r) \exp\left[-\left(\frac{1}{\rho_v \epsilon} + \frac{\delta \alpha_n^2}{\rho_s \epsilon}\right) t\right] \end{aligned} \quad (12)$$

または、

$$\begin{aligned} v(r, t) &= A_0 \exp\left(-\frac{t}{R_v C}\right) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\alpha_n r) \exp\left[-\left(\frac{1}{R_v C} + \frac{\alpha_n^2}{R_s C}\right) t\right] \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 $A_0$ ,  $A_n$  はベッセル関数の直交多項式<sup>8)</sup>を用いて、

$$A_0 = \frac{2}{b^2} \int_0^b r f(r) dr \quad (14)$$

$$A_n = \frac{2}{J_0^2(\alpha_n b)} \int_0^b r f(r) J_0(\alpha_n r) dr \quad (15)$$

である。ただし、 $f(r) = v(r, 0)$  は時刻  $t = 0$  における初期表面電位分布、 $J_0$  と  $J_1$  は第 1 種のベッセル関数、 $b$  は絶縁物の半径、 $\alpha_n b$  は  $J_1 = 0$  の  $n$  番目の解である。

たとえば、初期電位分布が  $v(r, 0) = V$  ( $0 \leq r \leq b$ ) のとき、 $A_0 = V$ ,  $A_1 = 0$  となり、その過渡解は

$$v(r, t) = V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \epsilon}\right) \quad (16)$$

となり、また、初期電位分布が  $v(r, 0) = V$  ( $0 \leq r \leq a$ ),  $v(r, 0) = 0$  ( $a < r \leq b$ ) のとき

$$\begin{aligned} v(r, t) &= \frac{a^2}{b^2} V \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \epsilon}\right) \\ &+ 2aV \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\alpha_n a) J_0(\alpha_n r)}{\alpha_n J_0^2(\alpha_n b)} \\ &\times \exp\left[-\left(\frac{1}{\rho_v \epsilon} + \frac{\delta \alpha_n^2}{\rho_s \epsilon}\right) t\right] \end{aligned} \quad (17)$$

となる。

### 3.2 円板状絶縁物の定常解

式 (7) の時間微分項を 0 とおいて、定常状態における円板絶縁物の表面電位の式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v = 0 \quad (18)$$

となる。これを解くために境界条件として規格で抵抗測定に用いられる標準電極のように円柱電極の境界を与える。端での境界は  $i(b) = 0$  より  $\partial v / \partial r|_{r=b} = 0$  となる。中心に半径  $a$  ( $a < b$ ) の電極をおき、それに電圧  $V$  を印加したときの表面電位は

$$v(r) = \frac{K_1(\sqrt{\chi}b) I_0(\sqrt{\chi}r) + I_1(\sqrt{\chi}b) K_0(\sqrt{\chi}r)}{K_1(\sqrt{\chi}b) I_0(\sqrt{\chi}a) + I_1(\sqrt{\chi}b) K_0(\sqrt{\chi}a)} V \quad (a \leq r \leq b \text{ のとき})$$

ここで、

$$\chi = \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} (= R_s G_v = \frac{R_s}{R_v}) \quad (20)$$

$I_0$ ,  $I_1$  は第 1 種の変形ベッセル関数、 $K_0$ ,  $K_1$  は第 2 種の変形ベッセル関数である。

### 3.3 長方形状絶縁物の過渡解

図 2 のように長方形状の絶縁物の中心を原点として各辺の長さを  $2a$ ,  $2b$  とする。与えた境界条件である端で表面電流がゼロであることから求まる境界条件  $\partial v / \partial x|_{x=-a, a} = 0$  と  $\partial v / \partial y|_{y=-b, b} = 0$  を用いて、表面電位  $v(x, y, t)$  は

$$\begin{aligned} v(x, y, t) &= \frac{A_{00}}{4} \exp\left(-\frac{t}{\rho_v \epsilon}\right) \\ &+ \sum_{m, n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{n \pi x}{a} \cos \frac{m \pi y}{b} \\ &\times \exp\left\{-\left[\frac{1}{\rho_v \epsilon} + \frac{\delta \pi^2}{\rho_s \epsilon} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)\right] t\right\} \end{aligned} \quad (21)$$

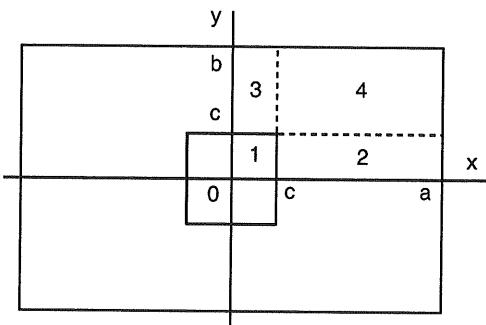


図 2 長方形状絶縁物の表面電位を解くための座標と分割

Fig.2 Coordinates and subdivided regions for potential calculation of rectangular insulators

または、

$$v(x, y, t) = \frac{A_{00}}{4} \exp\left(-\frac{t}{R_v C}\right) + \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{R_v C} + \frac{\pi^2}{R_s C} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)\right] t\right\} \quad (22)$$

ここで、 $A_{00}$ ,  $A_{mn}$  はフーリエ級数を用いて、

$$A_{mn} = \frac{1}{ab} \int_{-a}^a \int_{-b}^b f(x, y) \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} dx dy \quad (n, m = 0, 1, 2, \dots) \quad (23)$$

であり、 $f(x, y) = v(x, y, 0)$  は時刻  $t = 0$  における初期表面電位分布である。

### 3.4 長方形状絶縁物の定常解

計算の簡単化のため辺の長さが  $2c$  の正方形の電極を中心におき、電圧  $V$  を印加したときの表面電位の定常解を解く。対称性を考慮して、 $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$  の部分のみを計算する。さらに、図 2 のようにこの部分を 4 つに分割して考えることにする<sup>9)</sup>。式(10)の時間微分項を 0 とおいて長方形状の絶縁物の定常状態の表面電位を表す式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} v = 0 \quad (24)$$

となる。電極の境界条件と、表面電流ゼロの仮定から求まる端の境界条件  $\partial v / \partial x|_{x=a} = 0$ ,  $\partial v / \partial y|_{y=b} = 0$  のもとにこれを解くと、長方形状絶縁物の表面電位の定常解は

領域 1 では

$$v(x, y) = V, \quad (25)$$

領域 2 では

$$v(x, y) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(x-a)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(a-c)\right)} V, \quad (26)$$

領域 3 では

$$v(x, y) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(y-b)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(b-c)\right)} V, \quad (27)$$

領域 4 では

$$v(x, y) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(x-a)\right) \cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(y-b)\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(a-c)\right) \cosh\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}}(b-c)\right)} V, \quad (28)$$

となる。ここで、

$$\chi = \frac{\rho_s}{\rho_v \delta} (= R_{sr} G_{vr} = \frac{R_{sr}}{R_{vr}}) \quad (29)$$

である。この長方形絶縁物の表面電位の定常解は図 2 の領域 2 と 4 および領域 3 と 4 の境界で電位は連続であるが、電界が不連続な近似解である。しかしながら、この近似解は数值解<sup>6)</sup>によく一致し、後で述べるように帯電防止材料の漏洩抵抗の評価に用いる限りにおいて問題となる誤差を生じさせない。

### 4. 解析解の応用

床材を用いた実験<sup>6, 7)</sup>によって確認されているように、このモデルは均一な材料だけではなく、実効的な抵抗率および誘電率が測定などによって見いだすことができるとき、帯電防止材料によく見られるような不均一な材料にも適用できることを付記しておく。

式(18), (24) からもわかるように定常解の表面電位は式(20), (29) で表される  $\chi$  に依存する。したがって、漏洩抵抗もこれに依存することは明らかである。また、過渡解も無次元時間

$$T = \frac{t}{\rho_v \epsilon} \quad (30)$$

を用いて、たとえば、円板の式(7)に代入すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \chi v - \chi \frac{\partial v}{\partial T} = 0 \quad (31)$$

と表されるので、その緩和の形態も  $\chi$  に依存することがわかる。本節では、得られた解析解を絶縁物の漏洩抵抗と電荷緩和時間に応用し、この依存性を証明する。

なお、計算ソフトウェアとして Mathematica を用いた。

#### 4.1 抵抗

円板絶縁物の漏洩抵抗  $R$  は、電圧  $V$  を与えている円柱電極の真下の体積抵抗  $R_e = \rho_v \delta / (\pi a^2)$  とその外側の半径  $r = a$  から  $b$  のリング状絶縁物の抵抗  $R_r$  の並列抵抗となる。

式(19)を式(3)に代入して、定常状態の表面電流は

$$i(r) = \frac{2\pi r V}{\sqrt{\rho_s \rho_v \delta}} \frac{I_1(\sqrt{\chi}b) K_1(\sqrt{\chi}r) - K_1(\sqrt{\chi}b) I_1(\sqrt{\chi}r)}{K_1(\sqrt{\chi}b) I_0(\sqrt{\chi}a) + I_1(\sqrt{\chi}b) K_0(\sqrt{\chi}a)} \quad (32)$$

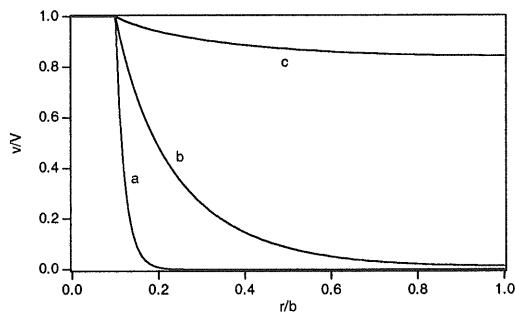


図 3 円板状絶縁物の定常状態における表面電位分布  
Fig.3 Steady-state potential distributions on disk insulators for  $a = 0.1$  m,  $b = 1$  m,  $\delta = 5$  mm,  $\rho_s = 10^9$  Ω and (a)  $\rho_v = 10^8$  Ωm, (b)  $10^{10}$  Ωm, (c)  $10^{12}$  Ωm, when voltage  $V$  is always applied at the surface for  $0 \leq r \leq a$ .

となるので、オームの法則よりリング状部分の抵抗  $R_r$  は

$$\begin{aligned} R_r &= \frac{V}{i(a)} \\ &= \frac{\rho_s}{2\pi a \sqrt{\chi}} \frac{K_1(\sqrt{\chi}b)I_0(\sqrt{\chi}a) + I_1(\sqrt{\chi}b)K_0(\sqrt{\chi}a)}{I_1(\sqrt{\chi}b)K_1(\sqrt{\chi}a) - K_1(\sqrt{\chi}b)I_1(\sqrt{\chi}a)} \end{aligned} \quad (33)$$

したがって、円板状絶縁物の漏洩抵抗  $R$  は

$$R = \frac{R_e R_r}{R_e + R_r} \quad (34)$$

より求めることができる。

長方形状の絶縁物の接地された裏面に流れる全電流  $i_t$  は

$$i_t = 4 \int_0^a \int_0^b G_{vr} v(x, y) dx dy \quad (35)$$

で表される。ここで、 $G_{vr}$  と  $v(x, y)$  はそれぞれ式(11)と式(25)–(28)である。したがって、長方形状絶縁物の漏洩抵抗  $R$  は

$$R = \frac{V}{i_t} \quad (36)$$

から求まる。

図 3 は半径  $b = 1$  m, 厚さ  $\delta = 5$  mm の円板状絶縁物に半径  $a = 0.1$  m の電位  $V$  の電極をおき、表面抵抗率  $\rho_s = 10^9$  Ωとして体積抵抗率を (a)  $\rho_v = 10^8$ , (b)  $10^{10}$ , (c)  $10^{12}$  Ωm と変化させたときの表面電位分布  $v/V$  を示す。このときの漏洩抵抗は式(34)より、(a)  $1.06 \times 10^7$  Ω, (b)  $1.70 \times 10^8$  Ω, (c)  $1.84 \times 10^9$  Ωとなる。

図 4 には辺の長さが  $a = 1$  m,  $b = 1$  m, 厚さが  $\delta = 5$  mm, 表面抵抗率が  $\rho_s = 10^9$  Ωで体積抵抗率が (a)  $\rho_v = 10^8$  Ωm, (b)  $10^{10}$  Ωm, (c)  $10^{12}$  Ωm の長方形状絶縁物の表面電位分布を示す。このときの長方形状絶縁物の漏洩抵抗は (a)  $7.22 \times 10^6$  Ω ( $8.36 \times 10^6$  Ω), (b)  $7.29 \times 10^7$  Ω ( $1.49 \times 10^8$

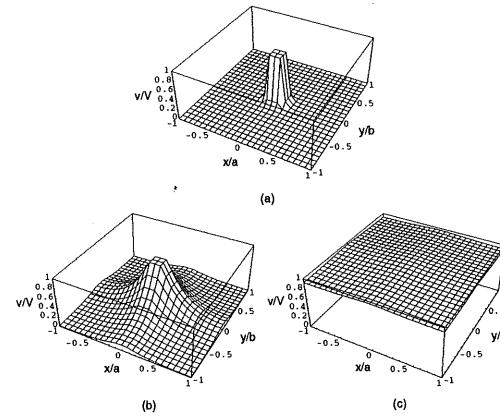


図 4 長方形状絶縁物の定常状態における表面電位分布  
Fig.4 Steady-state potential distributions on rectangular insulators for  $a = 1$  m,  $b = 1$  m,  $c = 0.1$  m,  $\delta = 5$  mm,  $\rho_s = 10^9$  Ω and (a)  $\rho_v = 10^8$  Ωm, (b)  $10^{10}$  Ωm, (c)  $10^{12}$  Ωm, when voltage  $V$  is always applied at the surface for  $x \leq \pm c$  and  $y \leq \pm c$ .

Ω), (c)  $1.31 \times 10^9$  Ω ( $1.47 \times 10^9$  Ω) である。ここで、長方形の表面電位の定常解のみが近似解であるので、括弧内に数値解<sup>6,7)</sup>を示し比較している。作業者の接地が必要とされるとき、一般に帯電防止材に要求される漏洩抵抗は  $10^5$ – $10^9$  Ω程度と広い範囲であることから、この近似解による誤差は帯電防止性能の評価に影響を与えない。

図 3, 4 に示したように表面電位分布は  $\chi$  によってその形態を変化させ、 $\chi \gg 1$  では各図の a の曲線（面）のように電位は電極付近のみに現れ、 $\chi \ll 1$  では c の曲線（面）のように全面にわたって電極電位にはほぼ等しい電位となる。したがって、漏洩抵抗は絶縁物全体の体積抵抗、 $\rho_v \delta / A_i$  ( $A_i$ : 絶縁物の面積) と電極の真下の体積抵抗、 $\rho_v \delta / A_e$  ( $A_e$ : 電極の面積) となる抵抗によって制限されることとなる<sup>6,7)</sup>。c ( $\chi \ll 1$ ) に現れているような分布は表面抵抗のみを低くした（誤った）帯電防止床に見られ<sup>1)</sup>、このような帯電防止材は実際に帯電が障害になっていることがある。

このように表面電位分布が  $\chi$  に依存することから、帯電防止性能の評価には単なる表面抵抗と体積抵抗だけではなく、抵抗比  $\chi$  が重要であることを示している。本論文における解析では寸法については任意であるので、帯電防止性能に適切な  $\chi$  の条件は得られていないが、電極の寸法も含めて無次元化した正方形絶縁物の解析<sup>7)</sup>では  $10^2 \leq \rho_s L^2 / (\rho_v \delta) < 10^7$  が得られている。ただし、 $L$  は正方形絶縁物の辺の長さである。ただ、この結果から帯電防止材料として、 $\chi \ll 1$  はさるべき条件であるということだけはいえる。たとえば、表面に界面活性剤を塗布して帯電防止性能の向上を考えるとき

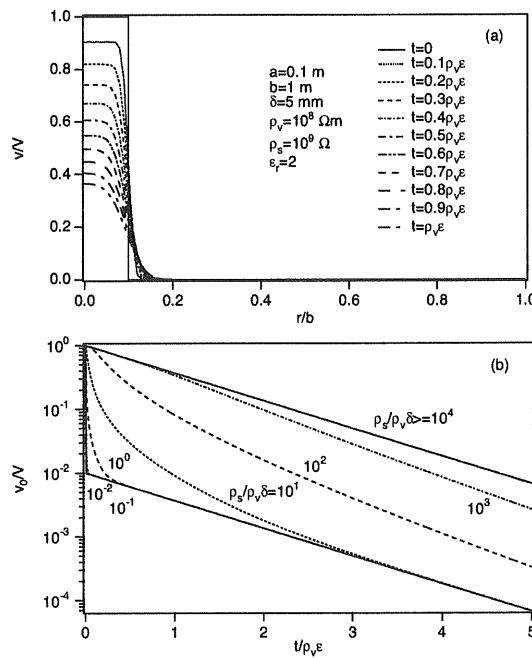


図 5 円板状絶縁物の電荷緩和

Fig.5 Charge relaxation of disk insulators. (a) Relaxation of the surface potential distribution of a disk insulator for  $a = 0.1$  m,  $b = 1$  m,  $\delta = 5$  mm,  $\rho_s = 10^9 \Omega$  and  $\rho_v = 10^{10} \Omega \text{m}$ . (b) Decays of the surface potentials  $v_0$  at the centre of disk insulators having different  $\chi (= \rho_s/(\rho_v \delta))$  and for  $a = 0.1$  m,  $b = 1$  m, and dielectric constant 2.

などは、これに注意を払わなければならない。

#### 4.2 電荷緩和

円板状絶縁物の表面電位分布の時間緩和の例を図 5a に、また、図 5b にはいくつかの  $\chi$  に対する中心の電荷減衰の変化を示す。ここで、式(17)を計算するための  $n$  は 100 とした。図 5b のように電荷緩和の形態が  $\chi$  に依存するのは式(17)の第 2 項の指指数部が

$$-\left(\frac{1}{\rho_v \epsilon} + \frac{\delta \alpha_n^2}{\rho_s \epsilon}\right)t = -\left(1 + \frac{\alpha_n^2}{\chi}\right)T$$

となるから明らかである。初期の電荷緩和の傾きは  $\chi$  が小さいほど大きくなるが、式(17)からわかるように小さな  $\chi$  では表面に沿って緩和する方が速いためであり、さらに時間が経過した後では体積抵抗率で決まる緩和時定数に近づく。

長方形状絶縁物の電荷緩和も式(21)を用いて図 6 のように求めることができる。

#### 5. 結論

背面が接地された薄い円板または長方形状の絶縁物を抵抗と容量の分布回路網でモデル化して、その表面電位を解析的に求めた定常および過渡解を帶電防止性能を特徴付ける

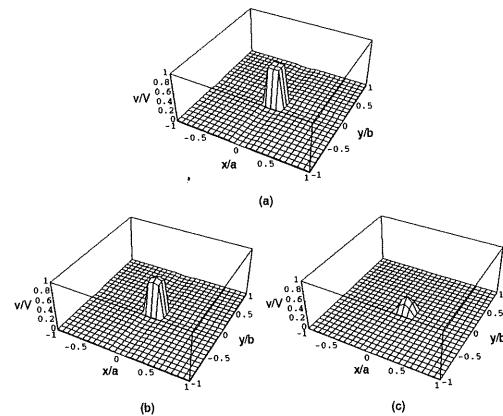


図 6 長方形状絶縁物の電荷緩和

Fig.6 Relaxation of the potential distribution on a rectangular insulator for  $a = 1$  m,  $b = 1$  m,  $c = 0.1$  m,  $\delta = 5$  mm, dielectric constant 2,  $\rho_s = 10^{10} \Omega$  and  $\rho_v = 10^{11} \Omega \text{m}$ , (a)  $t/(\epsilon \rho_v) = 0.01$ , (b) 0.1, and (c) 1.0, when voltage  $V$  is initially applied at the surface for  $x \leq \pm c$  and  $y \leq \pm c$  and at  $t = 0$ .

漏洩抵抗と電荷緩和に応用した。得られた結果は表面電位分布、漏洩抵抗および電荷緩和は単位面積（正方形）の表面抵抗と体積抵抗の比  $\chi (= \rho_s/(\rho_v \delta))$  に依存することを示し、帯電防止材料の評価と設計の指標として単に表面抵抗と体積抵抗だけでなく、その抵抗比  $\chi$  が重要であることを示している。長方形状絶縁物の表面電位の定常解は近似値であるので、さらなる解析の余地があるが、帯電防止性能を評価をするための漏洩抵抗を求める上で十分であった。求めた解は単位面積（正方形）の表面抵抗、体積抵抗、容量、あるいは表面抵抗率、体積抵抗率、誘電率、そして寸法によって表されており、任意の数学ソフトウェアを用いて表面電位分布、漏洩抵抗および緩和時間を簡単に求めることができるので、帯電防止材料や製品の性能評価や設計に役立つものである。

#### 参考文献

- 1) H. Ono, A. Ohsawa and Y. Tabata: J. Electrostat. **57** (2003) 355
- 2) A. Ohsawa and M. Ohuchi: *Electrostatics 2003* in press, IOP Publishing, Bristol (2003)
- 3) M. Zahn: *Electromagnetic Field Theory: a problem solving approach*, p 189, Krieger Pub. Malabar (1979)
- 4) Z. Słowiński: J. Electrostat. **8** (1979) 59
- 5) T. B. Jones and S. Chan: J. Electrostat. **22** (1989) 199
- 6) A. Ohsawa: J. Electrostat. **51-52** (2001) 625
- 7) 大澤敦: 産業安全研究所研究報告 NIIS-RR-2001 (2002) 37
- 8) M. R. Spiegel: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, p 144, McGraw-Hill, New York (1968)
- 9) M. N. O. Sadiku: *Numerical Techniques in Electromagnetics*, p 83, CRC Press, Boca Raton (2001)