

論 文

電荷重畠法における仮想電荷配置の 遺伝的アルゴリズムによる順問題的決定

西村 亮*,¹, 西守克己*, 石原永伯*

(1998年7月8日受理)

Direct Problem Approach for Decision of Fictitious Charge Arrangement in Charge Simulation Method by Using Genetic Algorithms

Ryo NISHIMURA*,¹, Katsumi NISHIMORI* and Naganori ISHIHARA*

(Received July 8, 1998)

A decision problem of fictitious charge distribution in charge simulation method (CSIM) can be regarded as an arrangement problem. In this paper, we propose a method to decide the appropriate arrangement of fictitious charges in CSIM by using the direct search method. We show that the appropriate arrangement is possible by using genetic algorithms (GA) as a search method. We substantiated the effectiveness of this decision method by simulating the surface potential of a spheroidal electrode. We described the arrangement of the charges as chromosomes. We placed fictitious point-charges at random on the rotation axis of a spheroidal electrode. The charge arrangement was improved automatically by using GA until the potential reached the appropriate value at all over the surface of the electrode. The possibility of an appropriate arrangement of fictitious charges for electrodes with nonsymmetric shape is also suggested.

1. はじめに

電荷重畠法は原理が比較的簡単で、プログラミングが容易であり、数値電界計算法の一つとして広く利用されている。しかし、精度の良い計算のためには輪郭点と仮想電荷の適切な配置が不可欠であり、良い配置を選ぶには経験と勘を必要とする¹⁾。電荷重畠法は電極表面上のn個の輪郭点での電位が設定された値になるように、電極内の任意の位置に置かれたn個の仮想電荷 q の電荷量を決定する問題として考えることができる。すなわち、次式で示される多元連立一次方程式を解く問題である。

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

キーワード:電界計算、電荷重畠法、遺伝的アルゴリズム、仮想電荷配置、電位分布

*鳥取大学工学部電気電子工学科 (680-8552 鳥取県鳥取市湖山町南 4-101)

Electrical and Electronic Engineering, Tottori University,
4-101, Koyama-minami, Tottori 680-8552, Japan

¹ ryo@ele.tottori-u.ac.jp

式中の係数行列の要素 P_{ij} は電位係数であり、仮想電荷の形状および位置によって決定される。経験的に、仮想電荷および輪郭点の個数 n をある程度増大させることによって計算精度を上げることは可能である。しかし n が極めて大きくなると仮想電荷および輪郭点の配置が局所的に密な部分が生じる可能性がある。この場合、係数行列の2行または2列の成分が近い値になり、計算精度が逆に低下してしまう¹⁾。また有限要素法と異なり、電荷重畠法における係数行列は密行列であるため、行列の圧縮²⁾による計算機メモリ空間の節約が行えない。したがって、計算精度、計算機資源の有効利用の観点からも仮想電荷および輪郭点の個数の無制限な増大は望ましいことではない。したがって、適切な個数の仮想電荷を適切な位置に配置する必要がてくる。

電荷重畠法における適切な仮想電荷配置の決定は、想定した目的関数 $f(b)$ を最大化、最小化、または一定化させる配置変数 b を求める、配置最適化問題としてとらえることができる。目的関数をたとえば「検査点における設定電位と計算電位の偏差の総和」 σ とし、配置変数を仮想電荷の形状 S_i 、位置 r_i とすると、

$$\sigma = f(S_1, S_2, \cdots, S_n, r_1, r_2, \cdots, r_n) \quad (2)$$

ここで、 n ：仮想電荷の個数

と定式化することができ、 σ を最小にする配置変数値を決定する問題になる。与えられた設計変数から目的関数を求める問題は順問題である。これに対し、配置問題は目的関数を極値化するように変数を決定するので、逆問題であると考えられる。一般に、逆問題は得られる解が一意である保証がない。式(2)を逆問題として定式化して解く場合、電極形状などが変化すると定式化をやり直さなければならない。

本研究では遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた順問題的アプローチによる仮想電荷の適切配置の可能性を探る。本報告で提示する手法は外部電荷の存在や、対称性を持たない形状の電極に対する解析、点以外の形状の仮想電荷の採用など、問題の定式化を複雑にしても同様のアプローチが可能となる。

2. 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム(general algorithms, GA)はHollandによって提唱された、生物の自然淘汰をヒントに作られた直接探索法の一種である。この手法は航空機のパラメトリック設計、回線交換通信網の動的予測ルーティング、輸送問題、パーティショニング問題など、近年多くの分野に応用されている³⁻⁵⁾。自然界における生物の進化過程においては、ある世代を形成している個体の集合(個体群)の中で、環境への適合度の高い個体が高い確率で生き残るように再生される。さらに、染色体の交叉や突然変異によって、次世代の個体群が形成される。

GAでは、各個体は染色体によって特徴づけられている。生物では特定の個数の染色体の集まりによって個体が決定されているが、GAでは1つの染色体で個体を表現することが多い。さらに染色体は複数個の遺伝子の集まりによって構成されている。また、表現型(問題空間)から遺伝子型(GA空間)へ写像することをコード化、遺伝子型から表現型へ逆写像することをデコード化という。GAの一般的な手順を要約すると次のようになる。

手順1(初期化) ランダムな染色体をもつ個体をn個生成し、初期世代の個体群を設定する。

手順2(個体の評価および淘汰) 各個体の問題空間における適合度を計算し、適合度に依存した一定の規則で個体の淘汰を行う。ここで、適合度の低いいくつかの個体は淘汰され、個体群の中から消滅する。

手順3(交叉) 設定された交叉確率や交叉の方法により手順2で生き残った遺伝子の交叉を行い、新しい個体を生成する。

手順4(突然変異) 手順3で得られて個体に対し、設定された突然変異確率や突然変異の方法に基づいて突然変異を行い、新しい個体を生成する。この結果得られた個体群を次世代の個体群とする。

手順5(終了判定) 終了条件を満たせば、そのときに得られている最良の個体を問題の準最適解とする。終了条件を満足しない場合は手順2へもどる。終了判定条件は適用する問題に依存するが、

- (1) 個体群の中の最大の適合度が設定されたしきい値を超えた。
- (2) 個体群全体の平均適合度が設定されたしきい値を超えた。
- (3) 世代交代の回数があらかじめ設定した回数を超えた。

などのいずれかの評価基準で終了するのが一般的である⁶⁾。

手順2～4を繰り返していくと世代が進むにつれ次第に集団全体が良くなっていく、というのがGAの基本的な仕組みである。

3. 目 的

本研究の目的は、電荷重畠法における、GAを用いた適切な仮想電荷配置の自動決定の提唱である。

解析対象(電極形状)が軸対称3次元の場合、仮想電荷として線電荷、円盤電荷、リング電荷を適切に配置する事により良好な電位分布を得ることができる¹⁾。しかし、電極形状に対称性がない場合、点電荷を用いて電位分布を補正する必要が生じると考えられる。また、電極形状が複雑になるにつれて必要となる点電荷の個数も多くなり、それに伴って点電荷が配置される可能性がある「候補点」の数も増加し、結果的に「配置決定の手間」が増加することが考えられる。そのため、そのような場合には電荷配置を自動決定することにより計算労力を削減することが望ましいと考えられる。

GAは直接探索法であるので式(2)を順問題として解き、その値を用いて適合度を求めて個体の評価を行う。つまり、式(2)を逆問題として定式化し直す必要がない。このことは電極形状における対称性の有無、外部電荷の存在などにともなう特別な条件を見つけたり定式化することなく直接的に仮想電荷の適切な形状および配置を決定できることを意味する。

本研究では第1段階として、仮想電荷として電荷形状を考慮する必要のないn個の点電荷を想定し、最適化問題を

$$\sigma = f(r_1, r_2, \dots, r_n) \quad (3)$$

と定式化し、回転楕円体電極がつくる電位分布をGAを用

いて決定し、電荷配置決定におけるGAの有効性を論じる。

4. 計算モデル

計算対象となる電極は図1に示すように、短半径 r_1 、長半径 r_2 の橢円が長軸を回転軸として回転することによってできる回転橢円体の金属電極である。回転軸は z 軸であり、電極下端は接地面($z=0$)から h の位置に存在し、電極表面電位を ϕ_0 とする。仮想電荷は点電荷とし、電極内の z 軸上に存在するものとする。

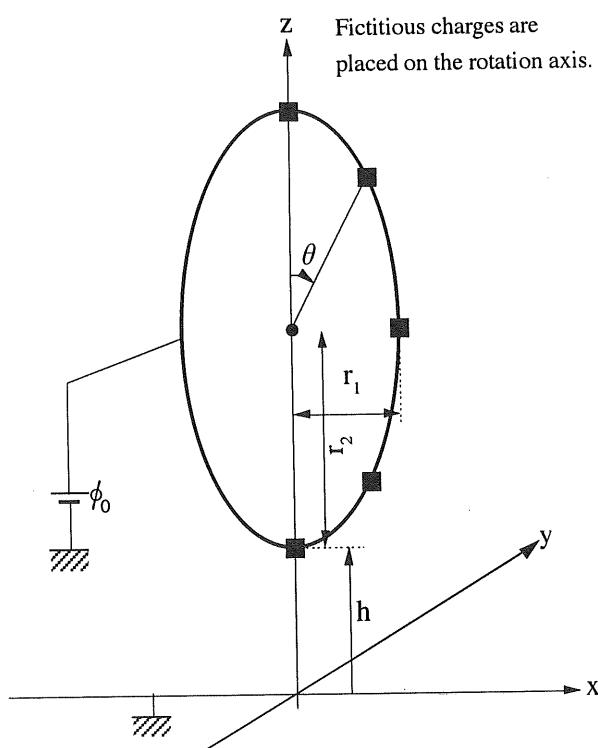


図1 回転橢円体電極（計算対象）
Fig. 1 Spheroidal electrode
n: Number of fictitious charge and contour points.

GAによる探索を効率よく行うためには「致死遺伝子(対応する表現型が存在しない遺伝子)」の出現を防ぎ、なおかつ遺伝子型と表現型(仮想電荷配置)が一対一対応するよう配慮する必要がある。このことをふまえて今回の計算では、以下のような遺伝子型を定義する。

- (1) 1個の仮想点電荷の位置を長さ b のビット列で表す。仮想電荷が n 個存在する場合、遺伝子の長さは $b \times n$ ビットとなり、最上位ビットから b ビットが仮想電荷1に対応し、次の b ビットが仮想電荷2に対応する。
- (2) 仮想電荷は区間(z_A, z_B)の範囲に存在する。位置

z と区間分割幅 Δz の初期値を

$$z_0 = z_A \quad (4)$$

$$\Delta z_0 = (z_B - z_0) / (2^b + 1) \quad (5)$$

とおく。仮想電荷 i の位置 z_i は

$$z_i = z_{i-1} + (d_i + 1) \Delta z_{i-1} \quad (6)$$

ここで、 d_i : 仮想電荷 i に対応するビット列を10進数に変換した値 ($0 \leq d_i \leq 2^b - 1$)

また、 z_{i+1} を決定するための区間分割幅 Δz_i を

$$\Delta z_i = (z_B - z_i) / (2^b + 1) \quad (7)$$

によって与える。

5. 計 算

5.1 遺伝的アルゴリズムによる仮想電荷配置決定手順

遺伝的アルゴリズムの基本手順は2章で述べたように「初期化」、「個体の評価および淘汰」、「交叉」、「突然変異」からなる。本研究において、「初期化」では一様乱数によって発生させたビット列を持つ個体を複数個発生させ、第0世代とする。「個体の評価および淘汰」では、個体の染色体がデコードされ、「仮想電荷群の配置」に置き換えられる。電荷群が作る電極表面電位に対し、設定電位 ϕ_0 とのずれ σ を計算する。この σ の値をもとに個体の評価値(生存確率)を計算する。個体はその評価値に比例した確率で次世代に遺伝子を残せる。「交叉」では、生き残った個体が総当たり的に組み合わせて新しい個体を作り、「遺伝子の交換」を行う。交叉確率を設定して確率的に交叉を行う。次に、得られた個体に対し、確率的に「突然変異(0と1の変換)」を発生させ、次世代個体群を得る。交叉と突然変異の模式図を図2に示す。交叉は具体的には次の手順で行う。

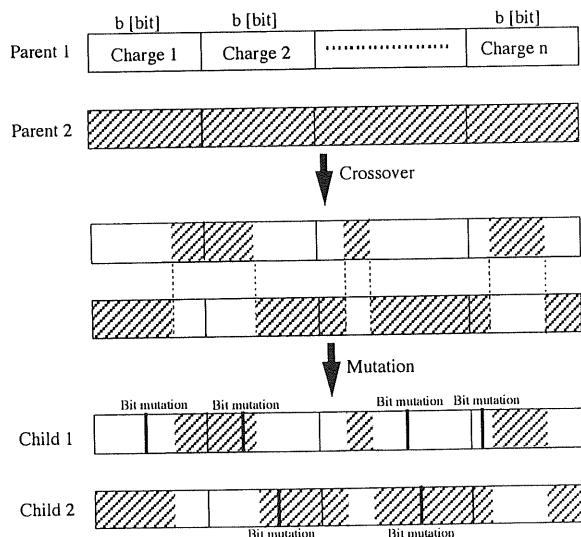


図2 遺伝子の交叉と突然変異

Fig. 2 Crossover and mutation of genes.

- (1) 最上位ビットにポインタを設定する。
- (2) 区間(0,1)の一様乱数を発生させる。
- (3) 亂数の値があらかじめ設定された交叉確率 C_v 以下の場合、ポインタによって示されているビットにおいて交叉が起ったものとし、そのビットから最下位ビットまでのビット列を Parent 1 と Parent 2 の間で交換する。
- (4) ポインタが最下位ビットに到達している場合は終了。それ以外はポインタを最下位ビットの方向に 1 ビット移動し、(2) に戻る。

交叉によって生じた 2 つの遺伝子に対し、それぞれに次の手順で突然変異を発生させる。

- (1) 最上位ビットにポインタを設定する。
- (2) 区間(0,1)の一様乱数を発生させる。
- (3) 亂数の値があらかじめ設定された突然変異発生率 M_t 以下の場合、ポインタによって示されているビットにおいて突然変異が起ったものとする。そのビットが 0 であれば 1 に、1 であれば 0 にビットを変換する。
- (4) ポインタが最下位ビットに到達している場合は終了。それ以外はポインタを最下位ビットの方向に 1 ビット移動し、(2) に戻る。

5.2 計算条件

個体の評価値 σ を本研究では次式で定義する。 σ が 0 に近いほど、目的とする電位分布（電極表面がいたるところで ϕ_0 ）に近づく。

$$\sigma = \int_0^\pi \left| \frac{\phi(\theta) - \phi_0}{\phi_0} \right| d\theta \quad (8)$$

ここで、 $\phi(\theta)$: 角度 θ (図 1 参照) での電極表面電位

ϕ_0 : 設定電位

各個体に対して評価値を求め、最小の（最良の）評価値 σ_{\min} および最大の（最悪の）評価値 σ_{\max} が得られたとき、それぞれの個体の生存確率 p が 1 および 0 となるよう 1 次変換を行う。

6 個の親個体が総当たり的につがいをつくり、1 組が 8 個の個体を産む。親と子の合計 126 個体を次の手順によって 6 個体に淘汰する。

- (1) ある個体に対し、区間(0,1)の一様乱数を発生させる。
- (2) 亂数の値が p 以下の場合、その個体は選択される。

この淘汰は p が大きい順に行われ、最初に選択された 6 個体を次世代の親個体とする。126 個体すべてに対してこの淘汰

を行っても選択された個体が 6 個体に満たない場合は、選択されなかった個体に対して手順(1), (2) を繰り返す。初期状態は一様乱数によって発生させたビット列を持つ 6 個の第 0 世代とする。計算は 500 世代目までおこなう。計算のための数値条件を表 1 に示す。表中の交叉確率 C_v と突然変異発生率 M_t は各遺伝子座（ビットの位置）当たりの値である。

表 1 数値条件

Table 1 Numerical conditions.

Radius in the minor axis r_1	15 cm, 3.75 cm
Radius in the major axis r_2	15 cm
Height from grounded plane h	10 cm
Electrode potential ϕ_0	1 kV
Number of fictitious charge n	7, 9, 11
Bit length of fictitious charge b	10 bit/charge
Crossover rate C_v [%]	2, 5, 10
Mutation rate M_t [%]	2, 5, 10, 20

5.3 結 果

図 3 に世代 g ごとの評価値 σ の変化の例を示す。収束状況は仮想電荷の個数および交叉確率や突然変異発生率の組み合わせによって若干の違いはあるものの、大部分が第 200 世代に到達する以前に収束した。図 4 に $r_1 = 3.75$ cm の場合の電極表面電位を示す (θ のとり方は図 1 参照)。この電極表面電位を回転軸上の 9 個の点電荷では収束後も設定電位からのずれが若干目立つが、11 個ではずれは小さく押さえられ、電極電位を良好に模擬できた。図 5 に $r_1 = 15$ cm および 3.75 cm の場合の電極周辺の電位分布を示す。これらの結果より、仮想電荷の数を適切に設定することにより、電極表面電位の適切な模擬が可能であるといえる。

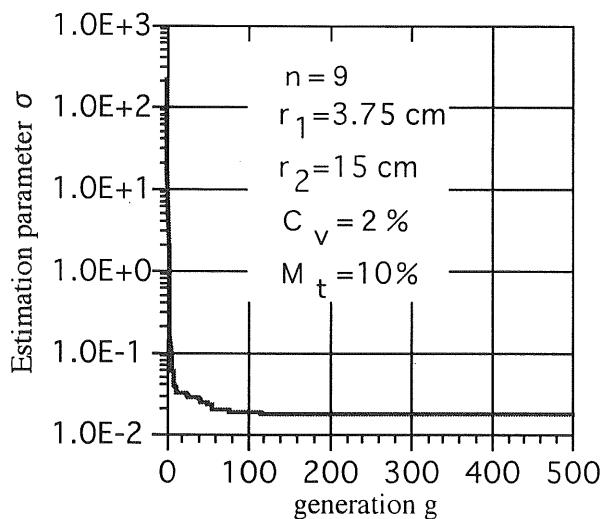


図 3 評価値 σ の推移

Fig. 3 Change of estimation parameter σ with evolution.

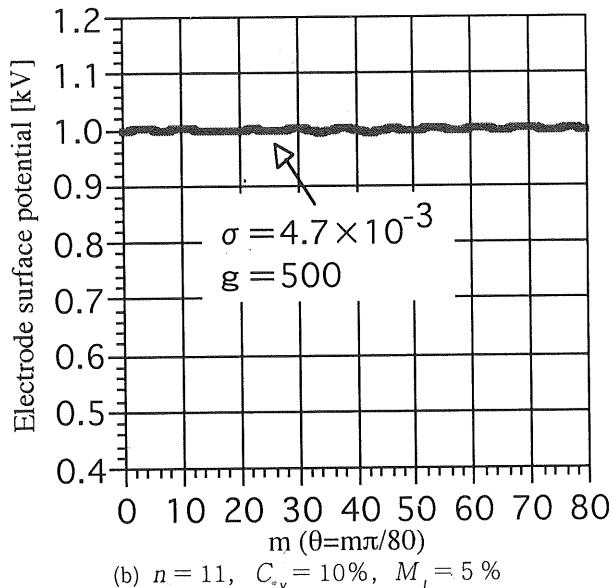
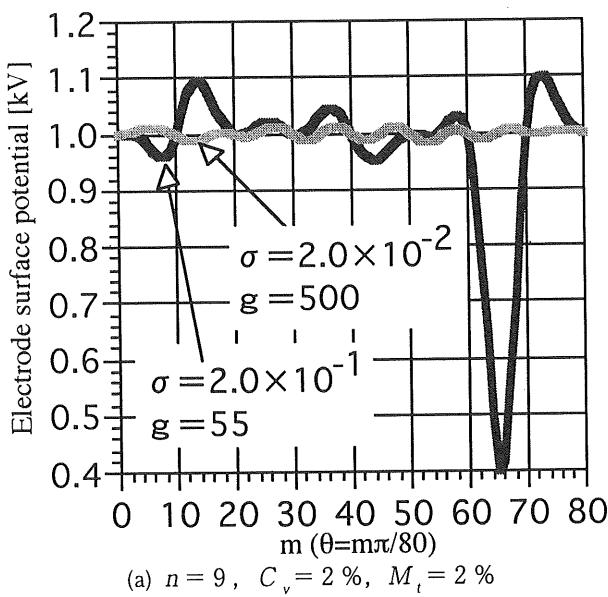


図4 電極表面電位 ($r_1 = 3.75 \text{ cm}$)
Fig. 4 Surface potential of electrode for $r_1 = 3.75 \text{ cm}$.

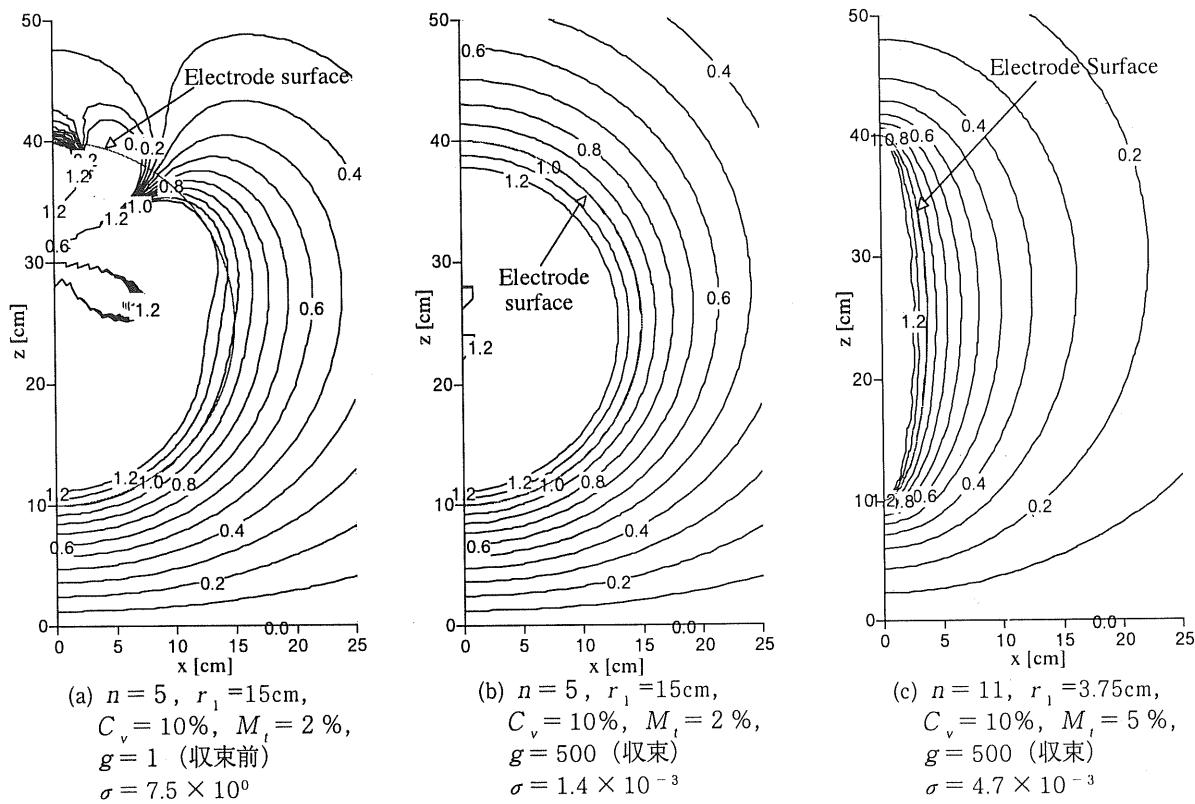


図5 電極周辺の電位分布
Fig. 5. Potential distribution around the electrode.

6. 考察とまとめ

電荷重畠法における適切な仮想電荷配置をGAを用いて順問題的に決定できることを確認した。複雑な形状の電極に対しては、仮想電荷として線電荷、円盤電荷、リング状電荷を用いて大まかな電位分布を決定し、点電荷を用いて補正することができると考えられる。その際、種々の電荷形状を適切

に組み合わせた状態を遺伝子として表現することによりGAを用いて表面電位を模擬できると考えられる。また、輪郭点の位置情報も遺伝子として表現し、適切に配置することにより計算精度をさらに向上させることが可能であると考えられる。本研究では電位分布の評価として、単純に、「設定電極電位との相対誤差の和」を用いたが、これ以外の評価法や電

界に関する評価などを導入することも可能である。

プログラミングについては、既存の「電荷重畠法を用いた電界計算プログラム」に、GAによる配置決定のルーチンを付加することにより自動配置が行えるため、既存のプログラムを効率的に利用できる。

今回の計算にはCPUとして80486(100MHz)をもつパーソナルコンピュータを用いた。500世代の計算がこのコンピュータでも5分以内で終了するため、演算速度の高いコンピュータを用いることにより、電荷重畠法によるGAを用いた非対称3次元計算が実用的な速度で十分実現可能であると考えられる。

参考文献

- 1) 静電気学会編：静電気ハンドブック，p. 180，オーム社(1981)
- 2) たとえば 渡部 力，名取 亮，小国 力：Fortran77による数値計算ソフトウェア，p. 275，丸善(1989)
- 3) L. デービス編，嘉数侑昇，三上貞芳，皆川雅章，川上 敬，高取則彦，鈴木恵二 訳：遺伝アルゴリズムハンドブック，p. 106，森北出版(1994)
- 4) 伊庭齊志：遺伝的アルゴリズムの基礎－GAの謎を解く－，p. 30，オーム社(1994)
- 5) 石田良平，村瀬治比古，小山修平：パソコンで学ぶ遺伝的アルゴリズムの基礎と応用，p. 46，森北出版(1997)
- 6) 坂和正敏，田中雅博：遺伝的アルゴリズム，p. 8，朝倉書店(1995)