

論 文

電流線座標系を用いた放電空間の電流密度 および電界の解析

大橋俊介*, 日高邦彦*

(1995年7月14日受理)

A Method for Computing Current Density and Electric Field in Electrical Discharge Space Using Current Flow-line Coordinate

Shunsuke OHASHI* and Kunihiko HIDAKA*

(Received July 14, 1995)

A new numerical analysis of current density and electric field with positive-corona discharge in a wire-to-plane geometry is made in this paper. Some approximate or numerical methods have been often used to estimate Poissonian field in a unipolar corona-discharge space. However, they were not always useful from view-points of accuracy or convenience. In this study, current flow-line coordinate is introduced to solve Poissonian equation combining with current continuity equation. The method has an advantage of both having the same convenience as the conventional approximations and having the same accuracy as the conventional numerical methods. It takes much less computing time and memory capacity than the conventional ones. It is applied to the computation of current flow lines, equipotential surfaces, electric field strength, current density, and charge density. Good agreements are found between the calculated current and electric field distributions and the measured ones, on the plane electrode. Poissonian current flow lines are quite different from Laplacian ones. It is therefore, concluded that the application of Deutsch approximation to the Poissonian-field analysis is invalid and that the numerical method as presented in this paper is required.

1. はじめに

直流イオン場の解析は、直流送電線電気集塵器その他コロナ放電応用機器など実用機器の設計および特性評価において不可欠である。この“場”を支配する方程式はポアソンの式（ないしはガウスの式）と電流連続の式である。線-平板電極や針-平板電極では、平板上の電流密度分布の相似性に注目した Warburg の \cos^n 則（実験式）が知られている。しかし厳密性を必要とする場合や他の電極配置については、これらの式を解く必要がある。

一方、これらは基本式は単純な幾何形状を除いて解析解を求めることが困難なため、様々な計算方法が検討されている。

キーワード：電流密度、電界計算、コロナ放電、ポアソン場

* 東京大学工学部電気工学科 (113 東京都文京区本郷 7-3-1)
Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, The University of Tokyo, 3-1, Hongo 7-chome, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japan

まず、“空間電荷はラプラスの場の電界の方向は変えず、電界の強さだけを変える”という Deutsch の仮定を利用し計算手法を簡便にしたもののが、広く知られている¹⁾。しかし、この仮定は印加電圧がコロナ開始電圧附近では比較的よい近似となっているが、印加電圧が大きく多量の空間電荷が存在する場合に適用できるかどうかには、不明な点がある。

一方、Deutsch の仮定を用いず、有限要素法に基づく反復計算による厳密な数値解析も行われるようになつた²⁾。このような数値計算法を使い正しい境界条件を与えるれば、解が求まり誤差は小さくなるが、多くの時間や計算容量を必要とする。

そこで本研究では、近似解法的な簡便さと厳密な数値解析の精度を合わせもつて新しい計算方法として、電流線座標系³⁾を導入した。この計算法は Deutsch の仮定を用いないため、物理モデルにおいてより正確であり、また空間座標のメッシュの切り方を考慮する必要がない、そして計算量やメモリの必要量が少ないという利点をもつ。

この計算法を用いて2次元問題である線-平板電極を中心にして解析を行った。そして最適な初期電流密度の検討そして外側（平板）電極上での実測値⁴⁾との比較を行い、計算結果の検討を行った。

2. 電流線座標系における基本式および計算法

2.1 基本概念

電流線はその接線がその点の電界方向に一致するという点では、電気力線と同じである。しかし線の密度がその点の電界の大きさではなく、基本的には電流密度の大きさに対応している。ただし本研究においては、荷電粒子の移動軌跡を可視化することに主眼をおき、流線密度の厳密性を緩和して線電極表面を等分割した点を電流線の出発点としている⁵⁾。

電極表面は等電位面である。等電位面と電流線とは直交するので、電極表面から電流線は垂直に出ており、よって電極表面を出発点として計算を開始する。以下この電流線を次々に追跡することによって、最終的な電流線を求ることになる。

微小電位差に対する電流線上の長さは出発点の電流密度・電界強度・移動度によって決まる。印加電圧総電流電極形状はあらかじめ決まっている。したがって、微小電位差に対する微小長さの間は、移動度を一定と考えると初期値として電界と電流密度を与えれば求めることができる。この微小長さの電流線を直線で近似する。電極表面から垂直に計算した長さだけ進んだ点の電位は、電極の電位に微小電位差を加えたものになる。この計算をいくつかの点について行う。得られた点を結ぶことにより、新しい等電位面が得られる。この新しい等電位面からさらにこれを繰り返し、対向電極まで求める。図1に計算の流れを示す。電流線上の座標、およびそれに垂直な等電位線上の座標で構成される座標系を電流線座標系と定義する。また電流線上の電流や電界の方程式を導くに際しては、荷電粒子の増倍が起こる電離域と、電離現象がなく荷電粒子の移動のみが起こる伝導域に分けて検討する。

2.2 伝導域における基本式

単極性イオンの伝導域における基本式を、図2のフラックス管について考える。ただし図2中のSはフラックス管の断面積、Jは電流密度、lは電流線に沿った長さ、添字の0は新しい点の一つ前の点の値を表す。

図2のフラックス管において、電流連続の式およびボアンの式（ないしはガウスの式）はそれぞれ次式で表される。

$$JS = J_0 S_0 \quad (1)$$

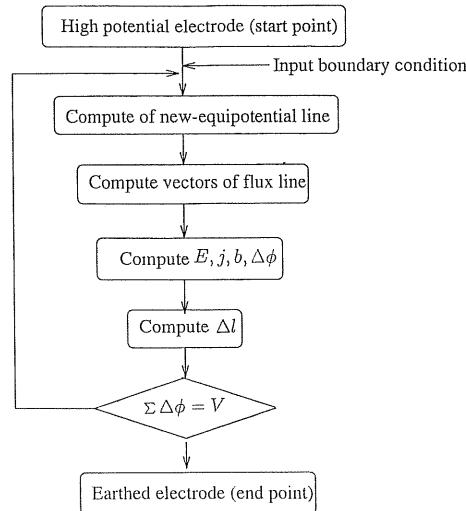


図1 計算の流れ

Fig. 1 Procedure of the computation.

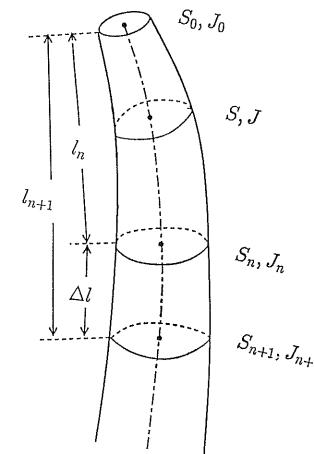


図2 フラックス管

Fig. 2 Flux tube.

$$\frac{d}{dl} SE = S\rho/\epsilon_0 \quad (2)$$

E : 電界, J : 電流密度, ρ : 電荷密度

次にフラックス管断面積Sの電流線上での変化を表す指標として、次式で表されるf(l)を導入する。

$$f(l) \equiv S/S_0 \quad (3)$$

電界と電流の関係式より

$$J = \mu\rho E \quad (4)$$

式(1)から式(4)を用いて、JおよびSを消去し電界Eに関する次の方程式を求めることができる。

$$E \frac{d}{dl} f(l) E = A \quad (5)$$

ただし $A = J_0/\varepsilon_0\mu$, μ : 移動度

以上の関係式から電流に沿った座標を用いる、すなわち電流線座標系を導入したことによりイオン流場を記述する基本式はきわめて簡単な一階の常微分方程式となることが分かる。さらに式(5)の両辺に $2f(l)$ を乗じて積分すると、次のような E についての解析解が得られる。

$$E = \sqrt{\int_0^l 2Af(l) dl + E_0^2/f(l)} \quad (6)$$

ここで電流線の微小長さ Δl に対する f 、つまりフックス管の断面積変化を線形近似すると

$$f(\Delta l) = 1 + b\Delta l \quad (7)$$

とすることができる。ただし b は等電位面の面積の変化率であり、場所により決まる定数とする。式(6)および式(7)を用い

$$E(\Delta l) = \sqrt{(E_0^2 - A/b) / (1 + b\Delta l)^2 + A/b} \quad (8)$$

となる。また $\Delta\phi$ は Δl 間の微小電位差とすると、電位と電界の関係式を求めることができる。

$$\Delta\phi = - \int_0^{\Delta l} Edl \quad (9)$$

ただし $\Delta\phi$ は Δl 間の微小電位差である。式(9)を用いて

$$\begin{aligned} C &= E_0^2 - A/b \\ K &= bC/a \\ t &= 1 + b\Delta l \end{aligned} \quad (10)$$

とおき A , b , C の値による場合分けにより、以下のように電流線の微小長さ Δl に対する微小電位差を求めることができる。これを逆算することにより、 $\Delta\phi$ に対する Δl が計算できる。

(i) $A=b=0$:

$$\Delta\phi = -E_0\Delta l \quad (11)$$

(ii) $A=0$, $b \neq 0$:

$$\Delta\phi = -(E_0 \ln t)/b \quad (12)$$

(iii) $A \neq 0$, $b=0$:

$$\Delta\phi = -\{(E_0^2 + 2A\Delta l)^{3/2} - E_0^3\}/3A \quad (13)$$

(iv) $A/b > 0$, $C > 0$:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= -\sqrt{A} [\sqrt{K+t^2} - \sqrt{K+1}] \\ &\quad - \sqrt{K} \ln \{(\sqrt{K} + \sqrt{K+t^2})/t(\sqrt{K} + \sqrt{K+1})\}]/b\sqrt{b} \end{aligned} \quad (14)$$

(v) $A/b > 0$, $C \leq 0$:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= -\sqrt{A} [\sqrt{K+t^2} - \sqrt{K+1}] \\ &\quad - \sqrt{-K} \ln \{\cos^{-1}(\sqrt{K}/t) - \cos^{-1}\sqrt{-K}\}]/b\sqrt{b} \end{aligned} \quad (15)$$

(vi) $A/b < 0$, $C > 0$:

$$\Delta\phi = -\sqrt{A} [\sqrt{-K-t^2} - \sqrt{-K-1}]$$

$$\begin{aligned} &- \sqrt{-K} \ln \{(\sqrt{-K} + \sqrt{-K-t^2})/ \\ &t(\sqrt{-K} + \sqrt{-K-1})\}]/b\sqrt{-b} \end{aligned} \quad (16)$$

(vii) $A/b < 0$, $C \leq 0$:

物理的に意味のある解は実在しない。

2.3 電離域における基本式

電離域においては次の基本式が成立する。

電離増倍の式

$$\frac{d}{dl} f(l) \mu_i \rho_i E = f(l) \alpha \mu_e \rho_e E \quad (17)$$

電流連続の式およびボアソンの式（ないしはガウスの式）は

$$f(l) E(\mu_i, \rho_i, \mu_e, \rho_e) = J_0 \quad (18)$$

$$\frac{d}{dl} f(l) E = f(l) (\rho_i - \rho_e)/\varepsilon_0 \quad (19)$$

ただし ε_0 : 誘電率, α : 実効電離係数, ρ_i : 正イオンの密度, ρ_e : 電子の密度, μ_i : 正イオン移動度, μ_e : 電子移動度

式(17)から式(19)までを用いて ρ_e を消去し

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl} \rho_i E &= \alpha J_0 / \{\mu_i f(l)\} - \{\alpha + f'(l)/f(l)\} \mu_i E \\ &\quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl} E &= [(1 + \mu_i/\mu_e) \rho_i - J_0 / \{f(l) \mu_e E\}] / \varepsilon_0 \\ &\quad - f'(l) E / f(l) \end{aligned} \quad (21)$$

が導かれる。式(20), (21)を解けば電界電荷密度を求めることができる。本研究では差分法により解を求めていく。

また電離域では、微小電位差に対する電流線の長さが非常に短いので、その間の電界は一定と考え

$$\Delta\phi = -E_0 \Delta l \quad (22)$$

とした。電界の大きさや方向が大きく変化する部分では、等電位面の分割数を伝導域の 20 倍にして計算の精度を向上させている。本研究では空気中のコロナ放電を対象としているので、正イオン移動度は $\mu_i = 1.75 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Vs}$, 実効電離係数, 電子移動度はそれぞれ次の式を用いている。

$$\alpha = \left\{ 1.407 \left(\frac{E}{P} \times 10^{-2} - 28.5 \right)^2 - 12.6 \right\} P \times 10^{-2} \quad (23)$$

$$\mu_e = 8.49 \times 10^3 \left(\frac{E}{P} \times 10^{-2} \right)^{0.77} \Big| E \quad (24)$$

2.4 等電位面の決定

初期の解析においては、求めた次のステップの点とその周りの数点で等電位線の円弧近似を行い、その点での等電位面の曲率半径とした⁶⁾。しかし様々な電極形状に

についての応用を考えると、円弧近似では必ずしも対応できない。そこでスプライン補間法⁷⁾を導入した。これを用いることにより、すべての電流線の点について一括して等電位面を求めることが可能である。そしてその等電位面上の点における法線を、電流線の進む方向とした。

2.5 計算における初期条件および境界条件

基本概念で述べたように、ある電位差に対する電流線の長さはその点での電流密度・電界・移動度によって決まる。電流線が微小長さ進む間で移動度が一定と仮定すると、初期電流密度と初期電界強度の2つの数値を与えるれば、電流線の長さを求めることができる。

初期電流密度と初期電界強度は、実験値から求めたものを用いる、電界強度の関数として電流分布を与えるなどの方法がある⁸⁾が、Deutsch の仮定を除くと、その相関関係を一般的な電極形状において解析的に導くのは困難である。

本研究では電界強度を境界条件とし、次の方法を用い、電流分布を仮定し、電流分布を変化させながら計算を繰り返し、最終的に計算終了等電位面が平板電極に一致するような最も妥当と思われる初期電流密度分布を定めた。

2.5.1 電極表面上の電界強度分布

電極表面上の電界強度についてはタウンゼントの近似を用いた。この近似は高電圧側電極表面のコロナの発生している部分の電界が、コロナ開始直前の最も強い場所での電界強度に維持され、場所や印加電圧に関わらず一定になるというものである。この電界の値はコロナ放電開始電圧時の電極表面電界の最大値を用いている。

2.5.2 電極表面上の初期電流密度分布

平板電極のように測定が容易な場合は実測値で与えることは可能であるが、線電極や針電極など実測が難しい電極では困難である。そこで接地側平板電極上の電流密度分布は測定可能であるから、平板電極上の測定結果の近似式

$$J_0(\theta) = J' (1 + \cos \theta) \quad (25)$$

を用いて、その類推から高電圧側線電極表面上の電流密度は $\cos \theta$ の関数として考え

$$J_0(\theta) = J'' (1 + \cos \theta)^n \quad (26)$$

とし、さらに θ が大きくなるにつれてなめらかになるよう直線分も考慮して、最終的に次式を仮定した。

$$J_0(\theta) = J''' \{ k \cos^{2n}(\theta/2) + 1 - k \} \quad (27)$$

θ ：線電極上の角度を平板電極に面した真下を 0 にした時の回転角、 J''' ：式(27)を 0 から 2π まで積分して実験値で与えられた総電流になるようにする係数

式(27)において k ($0 < k < 1$)、 n ($n < 0$) および J''' が未知数となる。そして k 、 n および J''' を変化させて計

算を繰り返し、電流線の終端最終電位の等電位面が対向電極に合う値を求める。この結果初期電流密度を定めることができる。ここで、 k と n に対する高電圧側線電極表面上の電流密度分布の変化を図 3、図 4 に示す。図に示すように k が大きくなる、つまり 1 に近づくと電流密度の直流分が小さくなり、電流密度は対向電極に近い部分に集中する。逆に k が小さい場合は直流分が大きく、電流は電極全体に分布する。 n は式(26)に見られるように、基本的には $(1 + \cos \theta)$ の次数なので n が大きくなると分布は対向電極に近い部分に集中し、 n が小さい場合は電極全体に広がる。しかし図 3 と図 4 を比較すると、 k の場合とは明らかにその傾向は異なり n の値が 1 より大きい場合と 1 より小さい場合で θ が $1 \sim 2 \text{ rad}$ 附近での変化率が異なる。

平板電極付近の電位が小さいところでは、完全に計算終了点（電位が 0 となる点）が対向電極と一致することは難しい。そこで k と n の決定は次のように行った。印加電圧の 5% までの等電位面を計算する。そして 5% で

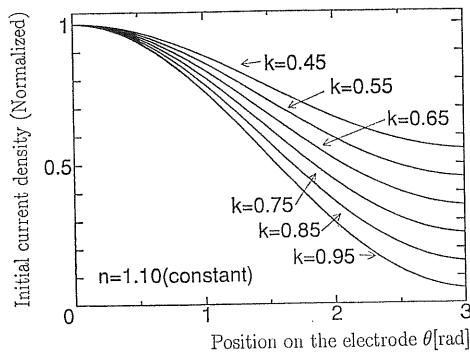


図 3 k による初期電流密度の変化（最大値で規格化）

Fig. 3 Dependence of initial current density distribution on parameter k (Normalized profile).

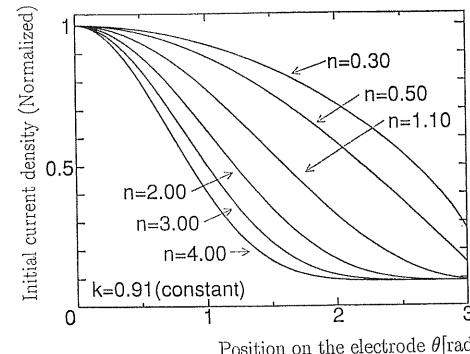


図 4 n による初期電流密度の変化（最大値で規格化）

Fig. 4 Dependence of initial current density distribution on parameter n (Normalized profile).

の電流線の座標とそのひとつ前の座標から対向電極と電流線の交点を求める。その交点での電位を求める。本来ならばこの値は0になるべきであるが、計算誤差が出るため各交点についてその電位の絶対値を加算し、最小のものを最適とし k , n を決定した。

3. 結 果

3.1 電流線座標による計算結果

本研究で解析に用いた電極配置を図5に示す。諸定数は原らの実験⁴⁾に合わせて次のようにした。

線電極半径 r_0 は2.5 mm、線電極の高さは2.0 m。線電極を無限長とし2次元問題として扱っている。対象は大気中での正極性コロナ放電でコロナ開始電圧 V_0 は90.0 kVを仮定している。印加電圧が上がるにつれ、分布が中心付近から広がる傾向にあることが示されている。

平板上の電位誤差は一般に線直下からの距離 x が大きくなると増大するが、 k を大きくとると x による差が小さくなる傾向がある。平板上電位誤差の絶対値の和が最小となる k と n の値を求めると、表1のようになる。また図6にその場合の初期電流密度を示す。縦軸は各電圧での最大値で規格化されている。

表1で示されるように印加電圧が上昇すると、 n が小さくなり初期電流密度の分布が全体に広がっていることが分かる。一方、偏心円筒電極解析時³⁾においては重要な電流密度分布の直流分を支配する k の値は、線-平板電極においては印加電圧による差があまり見られない。偏心円筒は外側の中空円筒電極の中に軸が平行(一致する場合は同軸となる)な円筒電極があるような電極配置であり、電流密度は比較的電極全体に広がり直流分が大きくなる。一方、対向電極が平板の場合は線電極の真下にある部分への電荷の集中が大きく、直流分が小さくなる。そのため、直流分の影響は少ないと考えられる。

図7に電流線および等電位面の解析結果を示す。電流線は線電極表面上で $\pi/6$ rad の角度ごとに発出した電流線が示されている。等電位面は印加電圧の10%ごとに表示されている。等電位面を示す線の本数が電圧が低い場合に少なくなっているのは、線電極付近での電位降下が大きくその付近に等電位面が密集して、図7では区別がつかなくなっているためである。電圧が上がるにつれ電流線が中心に集まっている様子が分かる。また図8でコロナ電流が電流線に与える影響を見るため、線電極のある点($\theta=\pi/6, 5\pi/6, 4\pi/3$ rad)を出発した電流線の各印加電圧に対する変化を示した。

コロナ開始電圧より少し高い印加電圧125 kVでは、

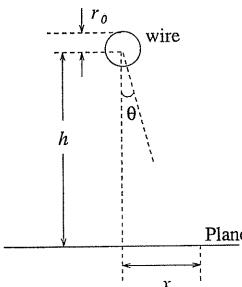


図5 線-平板電極の基本形状

Fig. 5 Basic geometry of wire-to-plane electrode.

表1 コロナ放電電極上の初期電流密度パラメータ分布

Table 1 Parameters of the initial current density distribution on coronating electrode.

Applied voltage [kV]	Total corona current [mA/m]	Parameters	
		k	n
120.0	0.0022	0.990	0.922
200.0	0.0148	0.990	0.347
300.0	0.0306	0.950	0.210

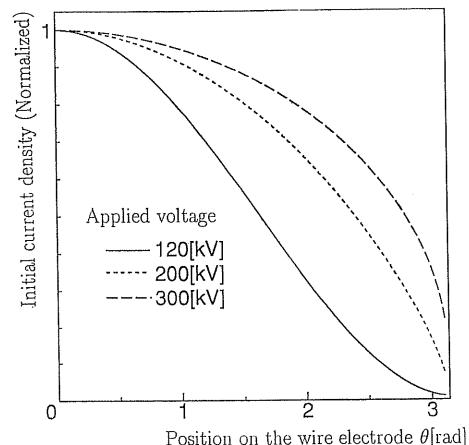


図6 初期電流密度分布(最大値で規格化)

Fig. 6 Distribution of initial current density (Normalized profile).

線電極の真下部分にある空間電荷により、電流線の出発点付近で電流線がわずかに上側に押し出される傾向がみられる。印加電圧を上げ空間電荷の量が大きくなると、電流線は逆に下方へ大きく押し戻される。電流線の方向について検討してみると、 $\theta=0$ 付近での変化に比べて他の付近での変化が大きくなっている。このように印加電圧が変わると、電流線の位置が大きく変わっている。これより空間電荷の存在が、電流線の向きに大きく影響

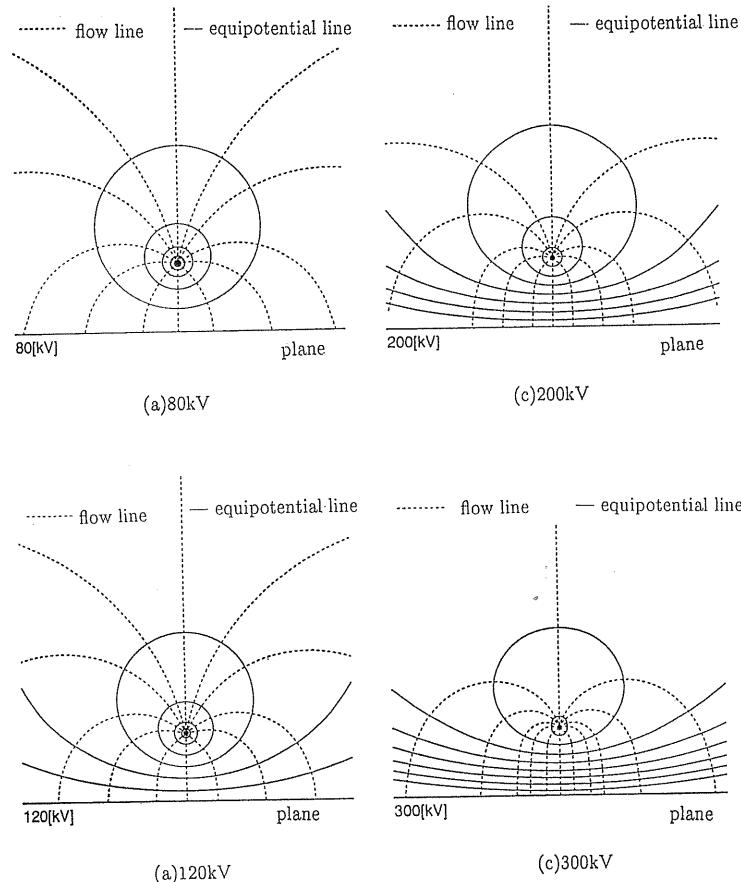


図 7 線-平板電極における電流線と等電位線

Fig. 7 Flow lines of current and equipotential lines in wire-to-plate configuration.

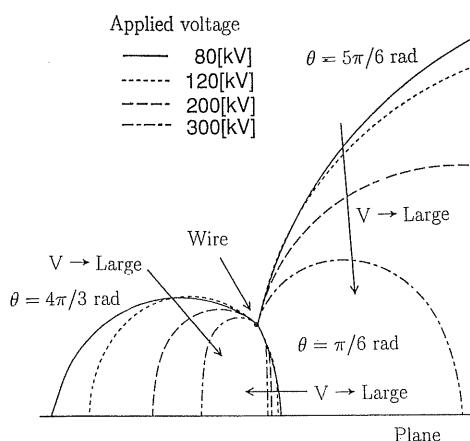


図 8 電流線の印加電圧による変化

Fig. 8 Change in flow lines of current depending on applied voltage.

していることが示され、Deutsch の仮定が成り立たないことが分かる。

3.2 計算誤差の検討

計算誤差を検討するため、電位の分割数による誤差の変化を図9に示す。なお誤差は電流線と交わる平板電極上の点での電位の絶対値の、印加電圧に対する割合とした。また図中の値は全電流線について求めた誤差の平均値である。誤差と計算量を考慮し、分割数による誤差変化がほぼ一定になる5000分割以上が適当と思われる。本計算では分割数を8000として計算を行った。図から分かるように誤差が約1%で収束している。線電極上で等間隔で出発した電流線も電界強度が小さくなるにつれて間隔が広がり、特に平板電極の中央（線電極の真下）から離れた部分では、電流線間の間隔がギャップ長の4倍以上と広くなる場合もある。このために、この部分の誤差が大きくなり、全体の誤差を支配していることが分かった。しかし実用上重要と考えられる平板電極の中央

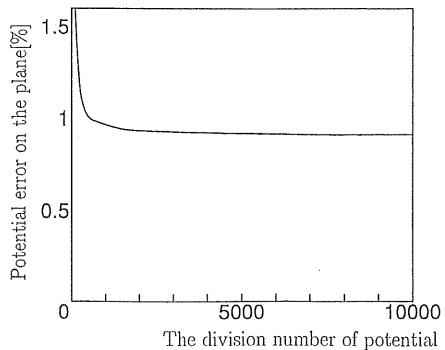
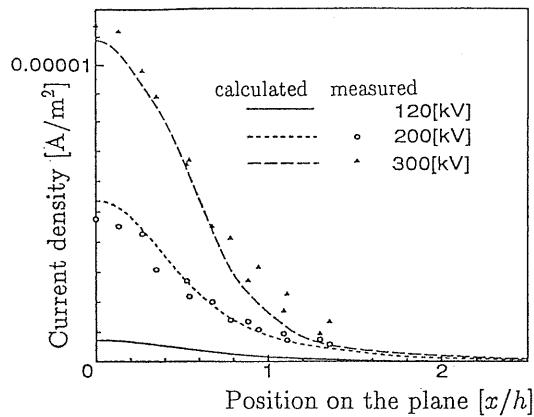
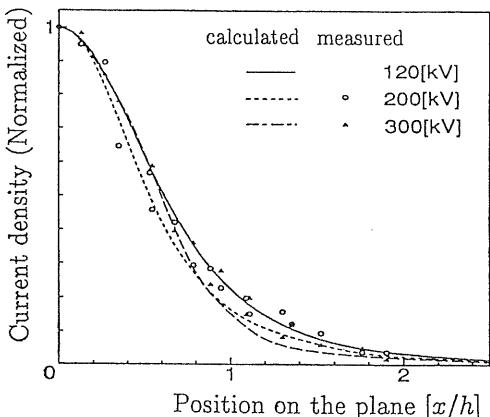


図 9 電位分割数と計算誤差の関係

Fig. 9 Relation between computation error and the division number of potential.

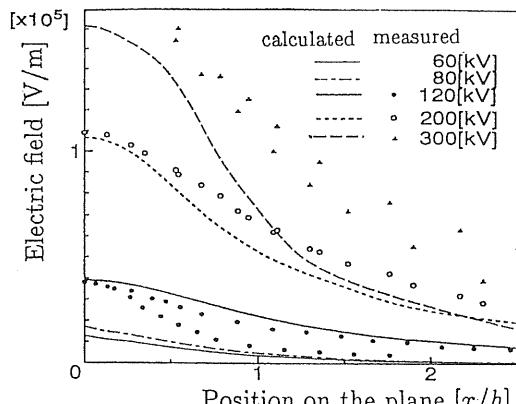
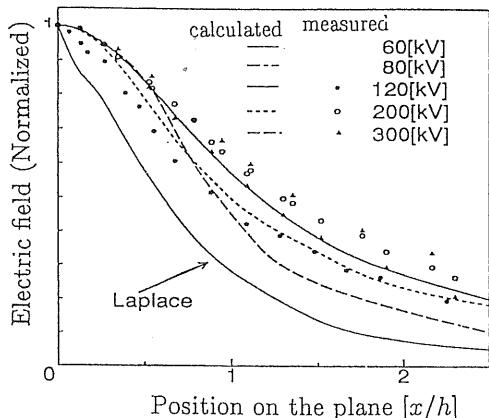
(a) 電流密度分布
(a) Current density profiles

(b) 規格化された電流密度分布

(b) Normalized current density profiles

図 10 平板電極上の電流密度分布の計算値と実測値との比較

Fig. 10 Comparison of calculated and measured current density on plane electrode.

(a) 電界強度分布
(a) Electrical field profiles

(b) 規格化された電界強度分布

(b) Normalized electrical field profiles

図 11 平板電極上の電界強度分布の計算値と実測値との比較

Fig. 11 Comparison of calculated and measured electric field on plane electrode.

付近では誤差が 0.01% 以下となっていることを確認できたので、実質上問題はない判断した。電流線の本数は片側 30 本（左右対称であるため領域全体で 60 本）程度で、本数による電流線の変化が小さくなることを確認した上で、本計算ではこの本数を用いた。

3.3 平板電極上での計算値と実測値の比較

図 10 に平板電極上の電流密度分布、および図 11 に電界強度分布を示す。横軸は平板の中心からの距離 x を線電極の高さ h で割った値である。図中には原らの測定値⁴⁾も示されている。実測は線電極真下の左右方向 (x の正および負の両方向) で行われており、その時の測定結果が必ずしも理想的な左右対称形ではない。図 10,

図 11 では左右両方向の測定値を同時に示しているので、見かけ上ばらつきが大きくなっている。測定値と比較してみると図 10(a) に見られるように、電流密度においては測定値と計算値の間によい一致が見られる。また図 10(b) は平板電極の中心上で値で規格化したものであるが、ほぼ同じ曲線上にあり Warburg の \cos^n 則が成り立っていることが分かる。

図 11 は電界強度について、測定値と計算値を比較したものである。この場合も $x=0$ を中心に左右方向で測定されたものを同時に示したため、同じ印加電圧に対して測定値の組が 2 種類あるようになっている。図 11(b) から分かるように、電界分布は測定値と計算値でほぼ同じ傾向を示し、空間電荷がない場合のラプラス場の電界分布との違いが明確に表れている。しかし図 11(a) で見られるように、電界強度の絶対値においては測定値と計算値が一致しない部分がある。

4. ま と め

直流コロナ場の解析において電流線座標系という新しい手法を導入した。その手法を用いて線-平板電極について解析を行った。その結果平板電極上での電流密度、および電界強度分布について測定値とほぼ一致することが分かり、手法の妥当性が検証された。

また Deutsch の仮定を用いた場合には正確な軌跡が描けないが、イオンの流れすなわち電流線が本手法によって簡便かつ正確に得られることが分かった。

多くの計算法が電離域を無視しているのに対し、電離域を考慮しているので厳密であるだけでなく、電離域特有の現象の解析にも用いることができる。また電離係数や電子ドリフト速度移動度などを、パラメータ関数として計算に組み込むことも可能である。

この計算では初期電流密度の決定が、大きな意味を持つ。そして印加電圧と初期電流密度の関係については一定の傾向が求められた。また計算量やメモリの必要量が少ないため、パソコン程度でも計算が可能であることが示された。

今後の課題として、電極表面における電流密度分布と電界強度分布の与え方の問題があり、その両者の間の関数関係について検討を進めていきたい。またこの計算法の応用として、針-平板電極などの軸対称 3 次元電極配置が考えられる。両極性放電を伴う電極への応用実際の送電線に見られる多導体（複数の電極）への応用、さらに風の影響下での解析なども挙げられ今後取り組みたい。

本研究を行うにあたり有益な討論をいただいた工学院大学 河野照哉教授に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) W. Deutsch : Annalen der Physik, 5 Folge. Band 16 (1933) 588
- 2) 須永孝隆：静電気学会誌, 8 (1984) 110
- 3) A. Bouziane, J.E. Jones, K. Hidaka and R.T. Waters: IEE Proc. Sci. Meas. Technol., 141 (1994) 205
- 4) M. Hara, N. Hayashi, K. Shiotsuki and M. Akazaki: IEEE Trans., PAS-101 (1982) 803
- 5) 大橋俊介, 日高邦彦, 河野照哉: 静電気学会講演論文集'92, p. 343, 静電気学会 (1992)
- 6) 大橋俊介, 日高邦彦, 河野照哉: 電気学会放電研究会, ED-93-88, 電気学会 (1993)
- 7) 桜井 明, 吉村和美, 高山文雄: パソコンによるスプライン関数, 東京電機大学出版局 (1982)
- 8) 須永孝隆: 電力中央研究所報告, T30, 電力中央研究所 (1993)