

論 文

静電場内の長形部材が受ける電気力と
部材の変形および振動について

服 部 一 郎*, 山 本 清 一 郎*

(1977年8月1日受理)

Force Acting on Electrode Members Inside Electrostatic
Field and Their Mechanical Vibration

I. HATTORI* and S. YAMAMOTO*

(Received August 1, 1977)

The electrode members used inside large scale electrostatic precipitators have normally a very long height compared to their breadth and thickness. As a result the electrostatic force acting on them may cause a deformation, deflection or self-sustained vibration, large enough to result in an unexpected trouble. One of the examples is the discharge wire electrode, the vibration of which has been the major cause of its fault. Mode calculations to indicate these effect and the criterion for the initiation of the self-sustained oscillation are presented. The electrostatic force itself proves to be fairly small, in the range under 0.3 N/m. However, an appreciable amount of deflection or vibration is possible to occur owing to a small value of rigidity inherent to such member geometry. This necessitates an assessment of these quantities on designing a precipitator when the member height exceeds 5 m.

1. まえがき

化学設備や発電設備の大型化とともに、これに使用する電気集じん機も大風量を処理する必要が生じてきた。このとき立地面積の関係から、装置の間口や奥行はなるべく抑えて高さを大きくするのが普通である。内部の集じん極や放電極の単位素子についても、水平断面形状と寸法を大きく変更することは機能上さしつかえがあるので、結局幅や板厚あるいは直径に比し高さの高い長形部材を使用することとなる。

このため通常の構造物大型化にもなう構造、および流体的な考慮のほかに、静電場から部材が受ける電気力も問題となる。このような長形部材の曲げ剛性が極度に小さいので、一般には無視されるほど小さい電気力によ

る変形あるいは変位が電極間の間隔のバランスをくずして、極端な場合には持続振動が発生し、周期的な火花の発生や疲労による破損が起こる可能性すらある。この最も著しい例は線状放電極で、このような持続振動が断線事故の主原因をなしている。

本論文では、このような長形部材電極に加わる電気力と変形、ならびに電気力による振動の安定性を知るために、若干のモデルについて行なった計算結果を示した。採用したモデルは下記のとおりである。

Case I : 导体平板に平行な導体円柱 (図1)

Case II : 2枚の平行導体平板間にこれと平行に設置された導体円柱 (図3)

Case III : 导体チャネル内部にこれと平行に設置された導体円柱 (図7)

2. 電気力の推定

以下の記述において、とくに断わらない限り、平板とは無限平板を、円柱とは無限長円柱を意味するものとする。

* 石川島播磨重工業株式会社技術研究所 (135-91 東京都江東区豊洲 3-1-15)

Research Institute, Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co., Ltd., 3-1-15, Toyosu, Koto-ku, Tokyo 135-91, Japan

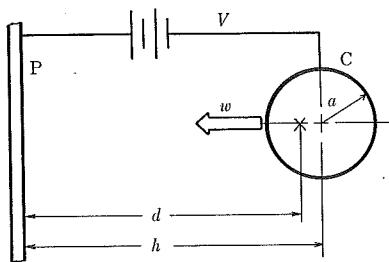


図 1 無限平面と無限長円柱 (Case I)

P: 無限平面, C: 無限長円柱

Fig. 1 An infinite column parallel to an infinite plane (Case I).

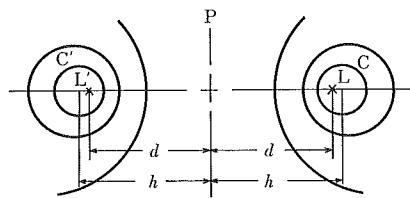


図 2 正負の無限長線電荷間の等電位面

L: 正の無限長線電荷, L': 負の無限長線電荷

Fig. 2 Potential distribution between two parallel line-charges of infinite length and opposite polarity.

2.1 導体平板に平行な導体円柱 (Case I)

図 1 のように円柱 C と平板 P の中心間距離を h , 円柱 C の半径を a とする。

よく知られているように互いに平行におかれた電荷密度の等しい正負の無限長線電荷 L, L' の周囲にできる等電位面は、図 2 のように L, L' を結ぶ直線上に中心を持つ円筒面群となり、二等分面 P は零電位面となる。線電荷密度を q , L, L' の距離を $2d$ とすれば任意の対称等電位面 C, C' の距離 $2h$ と C, C' の電位 V および $-V$ との関係は解析的に求められている。

したがって平面 P の位置に導体面を、また円筒面 C の位置に導体円柱をおいて、その間に電圧 V を与えれば、平面-円柱間の電位分布は線電荷間の電位分布と同一となることは明らかである。また円柱に働く電気力が L, L' 間の引き合う力と等しいことも容易に推察できる。

円柱の単位長さに加わる電気力を w とすれば

$$w = 4\pi\epsilon_0 V^2 / \sqrt{h^2 - a^2} \left(\ln \frac{h + \sqrt{h^2 - a^2}}{h - \sqrt{h^2 - a^2}} \right)^2 \quad (1)$$

$a \ll h$ のとき

$$w = \pi\epsilon_0 V^2 / h \left(\ln \frac{2h}{a} \right)^2 \quad (2)$$

ただし、 ϵ_0 は真空の誘電率であって

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} [\text{F/m}]$$

表 1 円柱に作用する電気力 (Case I)

Table 1 The electrostatic force acting on a column at the Case I.

h [mm]	$w/V^2 [10^{-11}\text{N/mV}^2]$		
	$2a=2.5\text{mm}$	$2a=10\text{mm}$	$2a=20\text{mm}$
30	6.2	15.0	28.9
60	2.2	4.6	7.5
100	1.1	2.0	3.1

h : 平板と円柱中心間の距離, $2a$: 円柱の直径, w : 単位長当たりの電気力, V : 平板と円柱間の電位差

(2)式より計算した w の値を表 1 に示す。

2.2 2枚の平行導体平板間にこれと平行に設置された導体円柱 (Case II)

2.2.1 解析的な近似法

円柱の直径 $2a$ が平板間距離 $2h$ に比し十分小さいものとする。

図 3において系から平板 P_2 を取り除き円柱 C と平板 P_1 の間に αV (α は 1 に近い常数) の電圧を加えたときの C-P₁ 間の引力を w_1 、また平板 P_1 を取り除き C と P_2 の間に αV の電圧を加えたときの引力を w_2 として、 w_1 と w_2 の差より w の近似値を求める。

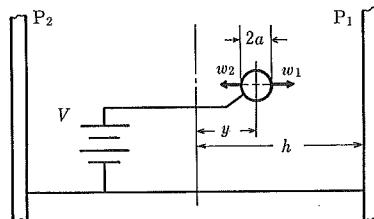


図 3 無限平行平板間の無限長円柱 (Case II)

Fig. 3 An infinite column lied on the middle plane of infinite parallel plates (Case II).

(2)式より

$$w_1 = \pi\epsilon_0 (\alpha V)^2 / (h-y) \left\{ \ln \frac{2(h-y)}{a} \right\}^2$$

$$w_2 = \pi\epsilon_0 (\alpha V)^2 / (h+y) \left\{ \ln \frac{2(h+y)}{a} \right\}^2$$

$$w = w_1 - w_2$$

$$= \pi\epsilon_0 (\alpha V) \frac{(h+y) \left\{ \ln \frac{2(h+y)}{a} \right\}^2 - (h-y) \left\{ \ln \frac{2(h-y)}{a} \right\}^2}{(h-y) \left\{ \ln \frac{2(h-y)}{a} \right\}^2 (h+y) \left\{ \ln \frac{2(h+y)}{a} \right\}^2} \quad (3)$$

$$\ln \frac{2h}{a} = H$$

とおくと $\frac{y}{h} \ll 1$ であるから、(3)式は近似的に

$$w = \pi \epsilon_0 \left(\frac{\alpha V}{h} \right)^2 \frac{2(2+H) \left\{ 1 - \frac{1}{3(2+H)} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\}}{H^3 \left\{ 1 - \left(1 + \frac{2}{H} + \frac{2}{H^2} \right) \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\}} y \quad (4)$$

2.2.2 代用電荷法（電気映像法）

図3の場合をもっと一般的に求めるには、Laplaceの方程式をこの境界条件によって解けばよい。しかしこれを解析的に行なうのは困難であるから、代用電荷法による計算解を求ることとする。

二次元問題であるから、代用電荷には無限長線電荷を用いる（以下本節では電荷といえば無限長線電荷を、密度といえば線電荷密度を意味するものとする）。

まず円柱の中心位置に密度 q の電荷をおき、次に相対する平板に対し、それぞれ映像の位置に $-q$ の電荷を設定する。以下この手順をくり返して、これらの電荷群から得られる電位分布が、(1)平板と円柱面上でそれぞれ一様となり、(2)2枚の平板間の電位差が十分小さくなり、(3)平板-円柱間の電位差が一定値に収斂する、ことができれば、Laplace方程式の解の唯一性によって図3の場合の近似解が得られたこととなる。

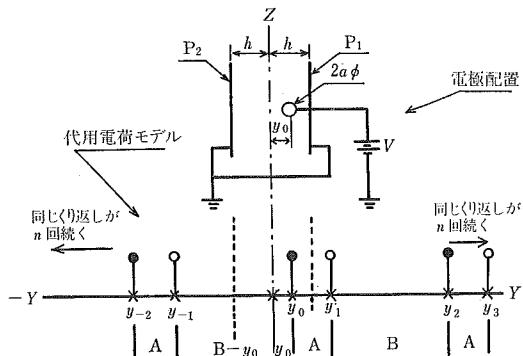


図4 Case II の代用電荷模型

- , ○: 絶対値が等しい正負符号の無限長線電荷
- q : 無限長線電荷の線密度 $= \pm 2\pi\epsilon_0 V$
- n : 代用電荷対の個数
- $A = 2(h - y_0)$, $B = 2(h + y_0)$

Fig. 4 Substitute line-charges model of the Case II.

検討の結果、図4のように同一電荷密度の正負代用電荷対を配置し、その対の個数を $n > 10$ とすれば、上記の条件をほぼ満足することがわかった（備考参照）。

円筒より右の代用電荷の位置を y_i 、左を y_{-i} とすれば

$$\text{任意の位置 } \mathbf{r} \text{ の電位} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \phi(\mathbf{r}) \quad (5)$$

$$\phi(\mathbf{r}) = -\ln |r - y_0| + \phi(r) \quad (6)$$

$$\phi(r) = \sum_{i=1}^n (-1)^i \{ \ln |r - y_i| + \ln |r - y_{-i}| \} \quad (7)$$

ただし(6)式の第1項は円柱中心の代用電荷による電位を、また $\phi(r)$ は映像電荷群による電位成分を示すものである。

円柱上の値を示すのに a 、平板上の値を示すのに P の添字を用いることとすれば、仮定により円柱と平板の電位差は V であるから

$$V = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} (\phi_a - \phi_P) \quad (8)$$

円柱に働く電気力は、円柱中心におかれた代用電荷と映像電荷群との間の電気力に等しいから

$$w = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \operatorname{grad} \phi(y_0) \quad (9)$$

$$= 2\pi\epsilon_0 \left\{ \frac{V}{\phi_a - \phi_P} \right\}^2 \operatorname{grad} \phi(y_0) \quad (10)$$

図5に $2h=100 \text{ mm}$, $V=50 \text{ kV}$ の場合の w を、(10)および(7)式から計算した値を示す。図から明らかのように、 w は y_0 にほぼ比例している。

$$w = ky_0 \quad (11)$$

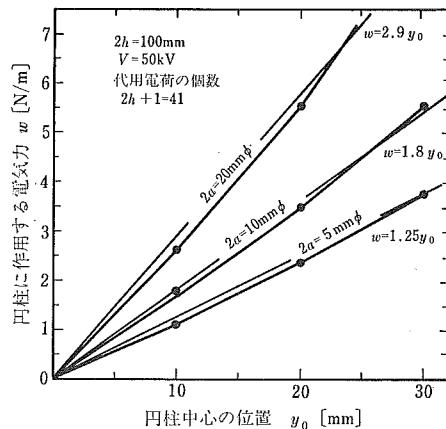


図5 Case II における電気力（円柱に作用する力）

Fig. 5 Electrostatic force acting on a column at the Case II.

表2にこのようにして求めた k の値を示してある。図6は k の計算に解析式を用いたときと、代用電荷法によった場合を比較したものである。(4)式で $\alpha=1$ とおき、さらに (y/h) の2次以上の項を省略して得た k の値を k_1 、表2の値を k_2 として示してある。図から明らかのように $(h/a) > 5$ ならば $k_2 \approx 1.15 k_1$ であるから、(4)式で $\alpha=1.05 \sim 1.10$ 程度おくと、(4)式と(10)式の結果がほぼ一致することがわかる。

2.3 チャネル内部にこれと平行に設置された導体円柱 (Case III)

図7のような場合である。チャネル、円柱はともに無限の長さをもつものとする。2.2.2に述べたと同様な計

表2 円柱に作用する電気力 (Case II)

Table 2 The electrostatic force acting on a column at the Case II.

平行平板 間の間隔 [mm]	円柱の直 径 [mm]	h/a	k [N/m ²]			
			平板と円柱間の平均電界強度 V/h [kV/cm]			
2h	2a	2	3	4	5	
50	20	2.5	2.5	5.6	10.0	15.6
	10	5	0.87	1.96	3.5	5.5
	5	10	0.46	1.04	1.85	2.9
100	20	5	0.90	2.03	3.6	5.6
	10	10	0.46	1.03	1.82	2.9
	5	20	0.29	0.65	1.16	1.81
200	20	10	0.47	1.05	1.87	2.9
	10	20	0.29	0.65	1.16	1.81
	5	40	0.20	0.45	0.80	1.25

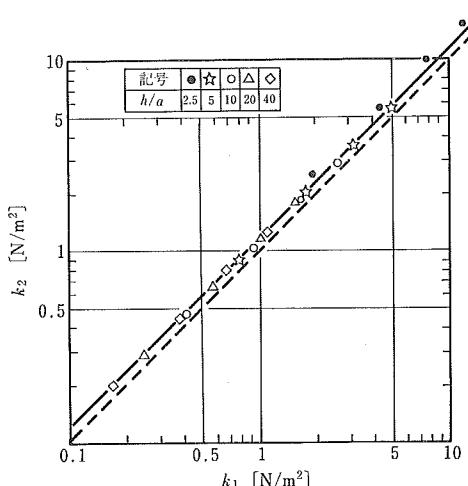


図6 Case IIにおける電気力(近似式(4)と代用電荷法の比較)

$$k_1 : (4) \text{ 式で } \alpha=1 \text{ とし } (y/h) \text{ の 2 次項以上を省略すると}$$

$$k_1 = 2\pi\epsilon_0(V/h)^2((H+2)/H^3)$$

$$k_2 : \text{代用電荷法から得られた } k \text{ の値}$$

Fig. 6 Comparison of calculated electrostatic forces using eq. (4) with ones using the substitute-charge method.

算により図8のような結果を得た。

3. 電気力による部材のたわみ

前節に示したように電気力の値は一般に小さく、通常1 N/m以下であるから、構造部材や板などにはほとんど影響がない。しかしながら、放電極や特殊な集中電極等、比較的細長い部材が他の電極との間に大きな電位差をもつ場合には問題となる。

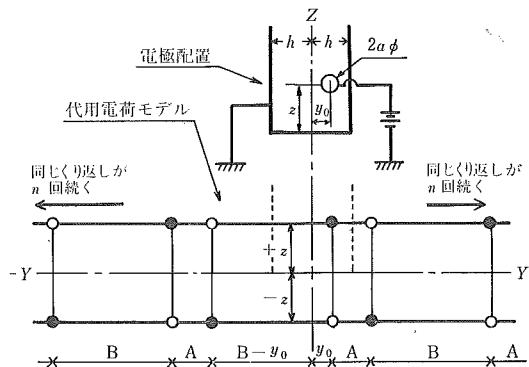


図7 Case IIIの代用電荷模型

●, ○: 絶対値が等しい正負荷号の無限長線電荷

$$q : \text{無限長線電荷の線密度} = \pm 2\pi\epsilon_0 V$$

2n: 代用電荷対の個数

$$A=2(h-y_0), B=2(h+y_0)$$

Fig. 7 Substitute line-charges model of Case III.

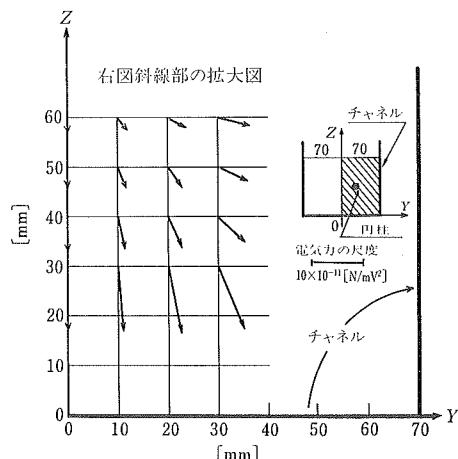


図8 Case IIIにおける電気力(円柱に作用する力)

↓: 電気力(起点が円柱中心の位置、長さが力の大きさを示す)

$$2a: \text{円柱の直径}=16\text{mm}$$

Fig. 8 Electrostatic force acting on a column at the Case III.

3.1 平板電極に平行な円柱電極 (Case I)

図9のような場合、 l が十分大であれば両端部を除いてほぼ一様な電気力 w が作用し、その値は近似的に(1)または(2)式で与えられる。

このときのたわみの最大値は、材料力学の公式より

$$v_{\max} = A \cdot \frac{wl^4}{EI} \quad (12)$$

$$I = \frac{\pi}{4} a^4 \quad (\text{円柱が中実のとき})$$

$$A = \frac{1}{384} \quad (\text{両端固定}), \quad \frac{5}{384} \quad (\text{両端支持})$$

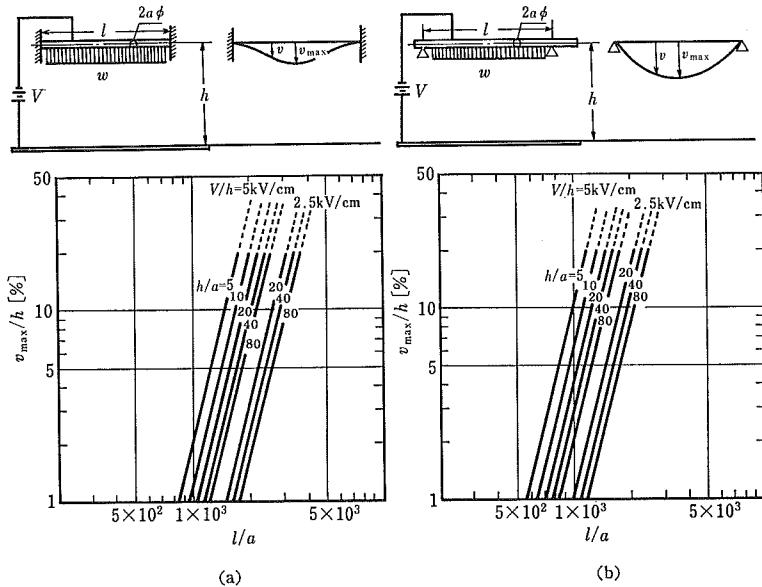


図 9 Case I における円柱のたわみ
(a)両端固定, (b)両端支持
Fig. 9 Bending of a column at the Case I.
(a) with fixed ends, (b) with hinged ends

(12)と(2)式より

$$\frac{v_{\max}}{h} = A \cdot \pi \epsilon_0 \cdot \frac{V^2}{h^2} \cdot \frac{1}{(\ln \frac{2h}{a})^2} \cdot \frac{1}{E} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{l}{a} \right)^4$$

$$= \frac{4A\epsilon_0}{E} \left(\frac{V}{h} \right)^2 \left(\frac{l}{a} \right)^4 / \left(\ln \frac{2h}{a} \right)^2 \quad (13)$$

円柱の両端が固定されているとき、および支持されているときのおのおのについて、(13)式から計算した結果を図9に示す。計算に用いた V/h と h/a の範囲のもとでたわみを円柱-平板間距離の 1% 以下にとどめるには、円柱の長さ/半径の比を、両端固定のとき約 1,000、両端支持のとき約 700 以下にとどめなければならないことがわかる。

(13)式では、円柱がたわんで平板電極に近づいたことによる電気力の増加は考慮していないから、図9に示すたわみ量は実際に生じるたわみよりも小さい近似値を与えるものと考えるべきである。

3.2 2枚の平行平板電極間にこれとほぼ平行に設置

された円柱電極のたわみと振動 (Case II)

図10(a)のように、円柱が完全に平行平板の中心面上に設置されていれば、両平板から受ける電気力はバランスするので変形はまったく生じない。しかし何らかの原因で同図(b)のようにたわみが生じると、バランスが破れ電気力が作用することとなる。電気力の大きさは(3)式または(10)式で与えられるが、2.2.2で述べたように、中心線からの変位にはほぼ比例すると考えてよい。

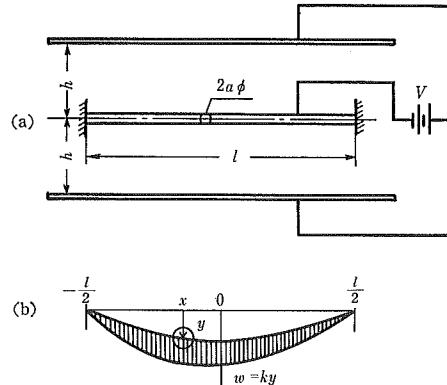


図 10 Case II における円柱のたわみの計算
Fig. 10 Calculation of bending of a column at the Case II.

変位の値を y で表わすこととすると

$$w = ky \quad (14)$$

したがって円柱の x と $x+dx$ の間の切片 dx に作用する力は図10(c)のようになり、次の運動方程式が成

$$M = -EI \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = -\frac{d}{dx}(EI \frac{d^2y}{dx^2})$$

E : 弾性率
 I : 断面二次モーメント

立する。

$$\sigma dx \frac{d^2y}{dt^2} = dQ + wdx$$

ただし σ は円柱の単位長さ当たりの質量である。上式に M , Q , および y , x の関係をいれて整理すると

$$\sigma \frac{d^2y}{dt^2} = -EI \frac{d^4y}{dx^4} + ky \quad (15)$$

$y=f(t) g(x)$ とおけば

$$\sigma \frac{1}{f} - \frac{d^2f}{dt^2} - k = -EI \frac{1}{g} \frac{d^4g}{dx^4} = B = \text{const.}$$

$$\frac{1}{f} \frac{d^2f}{dt^2} = \frac{B+k}{\sigma} \quad (16)$$

$$EI \frac{d^4g}{dx^4} = -Bg \quad (17)$$

(16)式は振動の運動方程式であって

$B+k < 0$ のとき

$$f = D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t \quad (18)$$

$$\omega = \sqrt{-(B+k)/\sigma}$$

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh \lambda(l/2) & \sinh \lambda(l/2) \\ \cosh \lambda(-l/2) & \sinh \lambda(-l/2) \\ \sinh \lambda(l/2) & \cosh \lambda(l/2) \\ \sinh \lambda(-l/2) & \cosh \lambda(-l/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

これをとくと

$$C_1 = C_3 = 0$$

$$\frac{C_4}{C_2} = -\frac{\sinh \lambda(l/2)}{\sin \lambda(l/2)} \quad (22)$$

$$\tanh \lambda(l/2) - \tan \lambda(l/2) = 0$$

$$\lambda(l/2) = (n+1/4)\pi - \varepsilon_n \quad (23)$$

$$\varepsilon_n \ll 1 \quad n=1, 2, 3, \dots$$

または

$$C_2 = C_4 = 0$$

$$\frac{C_3}{C_1} = \frac{\sinh \lambda(l/2)}{\sin \lambda(l/2)} \quad (24)$$

$$\tan \lambda(l/2) + \tan \lambda(l/2) = 0$$

$$\lambda(l/2) = (n-1/4)\pi + \varepsilon_n \quad (25)$$

$$\varepsilon_n \ll 1 \quad n=1, 2, 3, \dots$$

(21)式と(23), (25)式より

$$B = -EI \left\{ \frac{(2n \pm 1/2)\pi}{l} \right\}^4 \quad (26)$$

$n=1, 2, 3$ に対応する振動モードを図 11 に示す。

同様にして、各種端子条件のもとで(20)式をとくと表 3 のようになる。表から明らかのように高次モードでは $(B+k)$ は必ず負となり、安定な振動となるから、系の安定性すなわち持続振動発生の有無を調べるには最低次

$B+k > 0$ のとき

$$f = D_3 \cosh \omega t + D_4 \sinh \omega t \quad (19)$$

$$\omega = \sqrt{(B+k)/\sigma}$$

(18)式は調和振動を意味するが、(19)式は時間 t とともに発散する運動である。すなわち $(B+k) < 0$ のときは安定な振動となるが $(B+k) > 0$ では不安定となる。前者の場合には系に存在する損失のため実際には減衰振動となるものと考えられるが、後者の場合には振動は発散的となりその振幅は系の非線形性によって制限されるまで増大するものと予想される。すなわち持続振動が出現するはずである。

$(B+k) < 0$ すなわち $B < -k$ のとき(17)式を解くと、その一般解は

$$g(x) = C_1 \cosh \lambda x + C_2 \sinh \lambda x + C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x$$

$$\lambda = \sqrt{-B/EI} \quad (20)$$

円柱の両端が固定されているものとすると、図 10(b)の $x = \pm l/2$ において $g(x) = 0$, $dg(x)/dx = 0$ でなければならないから(20)式より

$$\begin{pmatrix} \cos \lambda(l/2) & \sin \lambda(l/2) \\ \cos \lambda(-l/2) & \sin \lambda(-l/2) \\ -\sin \lambda(l/2) & \cos \lambda(l/2) \\ -\sin \lambda(-l/2) & \cos \lambda(-l/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

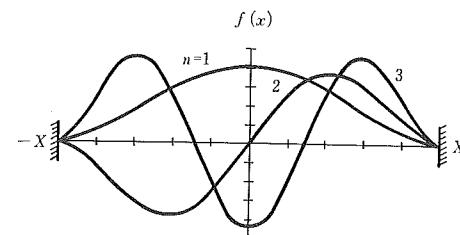


図 11 Case II における両端固定円柱の振動モード
Fig. 11 Vibration modes of a column with fixed ends at the Case II.

モードに対し $(B+k)$ の正負を知ればよい。このような評価基準で、平行電極と円柱の組合せにおける寸法ならびに電圧に対する制約条件を定めると図 12 のようになる。同図の右半分では l/a と最低次モードの B の値、 B_m との関係を示す。また左半分では平均電界強度 V/h をパラメータとして、持続振動条件 $B_m + k \geq 0$ を与える B_m と h/a の関係を表 2 から求めて示してある。その使用例を図中に付記した。たとえば円柱の直径を 20 mm ($a=10$ mm) とすれば、高さ 10 m 以上の場合の一応警戒の要があることがわかる。

表 3 円柱のたわみ振動モード (Case II)
Table 3 Bending vibration mode of a column at the Case II.

端子条件	B の一般式	最低次モードの $B(B_m)$
両端固定 $x=-l/2 \begin{cases} g(x)=0 \\ dg/dx=0 \end{cases}$ $x=l/2 \begin{cases} g(x)=0 \\ dg/dx=0 \end{cases}$	$-EI \left\{ \frac{(2n \pm 1/2)\pi}{l} \right\}^4$ $n=1, 2, 3, \dots$	$-\frac{EI}{l^4} \left(\frac{6}{4} \pi \right)^4$
両端支持 $x=-l/2 \begin{cases} g(x)=0 \\ d^2g/dx^2=0 \end{cases}$ $x=l/2 \begin{cases} g(x)=0 \\ d^2g/dx^2=0 \end{cases}$	$-EI \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4$ $n=1, 2, 3, \dots$	$-\frac{EI}{l^4} \left(\frac{4}{4} \pi \right)^4$
一端固定, 他端支持 $x=-l/2 \begin{cases} g(x)=0, dg/dx=0 \end{cases}$ $x=l/2 \begin{cases} g(x)=0, d^2g/dx^2=0 \end{cases}$	$-EI \left\{ \frac{(n+1/4)\pi}{l} \right\}^4$ $n=1, 2, 3, \dots$	$-\frac{EI}{l^4} \left(\frac{5}{4} \pi \right)^4$
一端固定, 他端自由 $x=-l/2 \begin{cases} g(x)=0, dg/dx=0 \end{cases}$ $x=l/2 \begin{cases} d^2g/dx^2=0, d^3g/dx^3=0 \end{cases}$	最低次のモード $-EI \left\{ \frac{(1/2+0.096)\pi}{l} \right\}^4$ 高次のモード $-EI \left\{ \frac{(2n \pm 1/2)\pi}{l} \right\}^4$ $n=1, 2, 3, \dots$	$-\frac{EI}{l^4} (0.596\pi)^4$

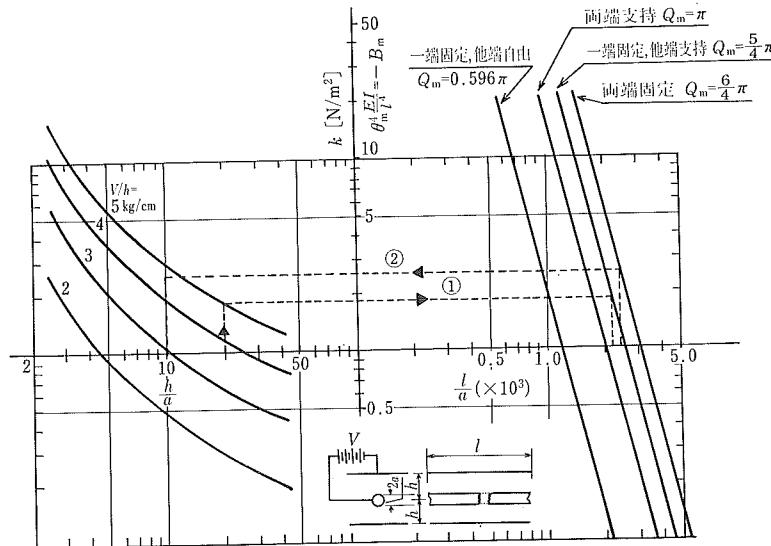


図 12 Case II のときの電極寸法あるいは電圧に対する制約条件

使用例:

- ① $2a=10\text{mm}, 2h=200\text{mm}$ のとき, $V/h=5\text{kV/cm}$ とすれば, 一端固定, 一端支持のとき
 $l/a=2.2 \times 10^3$, つまり $l=11\text{m}$ 以下とせねばならない。
- ② $2a=10\text{mm}, l=12\text{m}, 2h=100\text{mm}$ とすれば両端固定のときでも V_0/h を約 4.5kV/cm またはそれ以下にせねばならない。

Fig. 12 The limitation of electrode dimensions and applied voltage at the Case II.

4. むすび

(1) 静電場、とくに大型電気集じん機中で長形の電極部材が受ける電気力と、その結果生じる部材の変形および持続振動の発生条件を若干のモデルについて計算した。

(2) その結果を使うと、大型電気集じん機の長形電極部材に許される設計上の寸法と電圧の限界が推定できる。

(3) モデルでは“平板と円柱”的組合せに限定したが、形状が多少異なる場合でも投影面積、外径あるいは剛性を合わせた平板、あるいは円柱に置き換えることにより上記の結果を準用できる。

(4) 極端な配置とせぬ限り、電気力は 0.3 N/m ($30 \text{ g}\cdot\text{W/m}$) 以下となる。たいていの場合は 0.1 N/m 程度である。

(5) この程度の小さい力でも、電極のアスペクトレイショ (aspect ratio) や相手電極との間隔によっては変形や持続振動を生じることがある。電極の高さが 5 m を超すときには、荷電時の構造的安定性をチェックせねばならない。

本論文をまとめるにあたって、増田閃一教授より与えられた示唆と激励に対して心から感謝する。

備 考

計算に必要な代用電荷個数の検討

代用電荷法による解の近似度を調べるために、図 3 で $h=50 \text{ mm}$, $y_0=10 \text{ mm}$ の場合の電位分布を、図 13 に示す各点において (5)～(7)式より計算した。図 14 に示すように、鏡像点

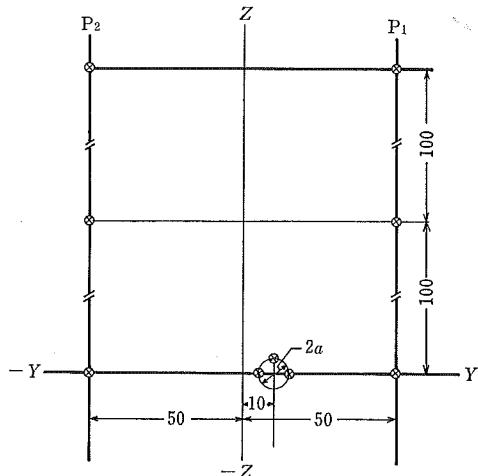


図 13 電位を試算した位置を \otimes 印で示す

$$2a = 10\text{mm}, 20\text{mm}$$

Fig. 13 Representative points of calculated potential distribution at the Case II, given by a symbol \otimes .

の個数をふやすにつれ平板上の電位分布は急速に平坦となり、 n が 20 個以上では最大偏差が 0.3% 以下となるので、事実上一定とみなしてよい。これに反して円柱表面では、図 15 に示すように $n=5$ 以上に鏡像点の個数をふやしても、電位分布の平坦性は土数%の域から少しも向上しない。しかしながら、あとに示すように円柱面上の電位の偏差は平均的には円柱-平板間の電位差に比しては十分小さいから、解の近似度にはそれほど影響しないものと思われる。

表 4 は平行平板間および円柱-平板間の電位差と平板-円柱間の平均電位差を示したものである。前者は一つの平板上の電位の偏差と同程度であって、後者は円柱面上の電位の偏差の約 100 倍程度の値であることがわかる。また鏡像点の個数は $n \geq 10$ 程度で、円柱-平板間電位差がほぼ一定値に収斂していることが知られる。

表 4 平行平板間および円柱-平板間の電位差 (Case II)

Table 4 Potential difference between parallel plates and that of the column from plates.

代用電荷対の個数 n	平行平板間		円柱-平板間の電位差 $2a=10\text{mm}$			円柱-平板間の電位差 $2a=20\text{mm}$		
	$\Delta\phi$ [10^{-2}V]	σ [10^{-2}V]	ϕ [V]	σ [10^{-2}V]	σ/ϕ [%]	ϕ [V]	σ [10^{-2}V]	σ/ϕ [%]
1	9.1	52	2.32	54.1	23.3	1.62	57.3	35.3
5	3.4	6.5	2.47	8.9	3.6	1.78	11.4	6.4
10	1.8	1.9	2.50	4.3	1.7	1.81	6.9	3.8
15	1.3	0.9	2.49	3.7	1.5	1.80	6.0	3.3
20	0.9	0.5	2.50	3.1	1.3	1.80	5.7	3.1
40	0.4	0.1	2.49	2.7	1.1	1.80	5.3	3.0

$$2h=100\text{mm}, b=10\text{mm}, G/2\pi\epsilon_0=1\text{V},$$

$$\phi_1: P_1 \text{ 平板の平均電位}, \phi_2: P_2 \text{ 平板の平均電位}, \phi_a: \text{円柱電位の平均}$$

$$\Delta\phi=\phi_1-\phi_2, \phi_{11}=(\phi_1+\phi_2)/2, \phi=\phi_a-\phi_{11}$$

$$\sigma: \text{標準偏差}$$

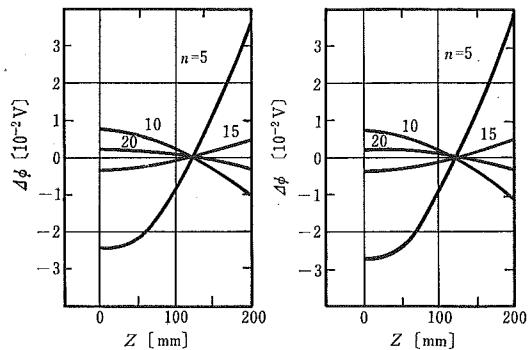


図 14 平行平板上の電位分布の一様性
 $h=50\text{mm}$, $y_0=10\text{mm}$, $q/2\pi\epsilon_0=1\text{V}$, $\Delta\phi=\phi-\phi_m$
 ϕ : (5)～(7)式による電位の計算値
 $\phi_m=1/3\{\phi(0)+\phi(100)+\phi(200)\}$
 n : 映像点に用いた代用電荷対の個数

Fig. 14 Uniformity of the potential distribution on parallel plates in the model calculation.

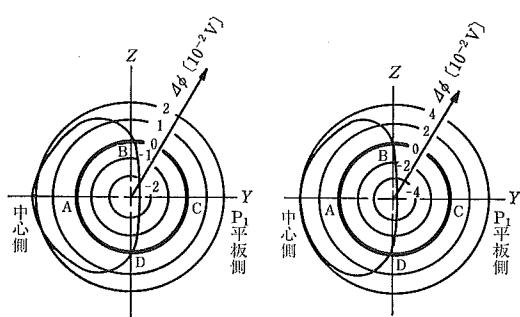


図 15 円柱面上の電位分布の一様性

$h=50\text{mm}$, $y_0=10\text{mm}$, $q/2\pi\epsilon_0=1\text{V}$, $\Delta\phi=\phi-\phi_m$
 ϕ : (5)～(7)式による電位の計算値
 $\phi_m=1/4\{\phi(A)+\phi(B)+\phi(C)+\phi(D)\}$

Fig. 15 Uniformity of the potential distribution on the column surface in the model calculation.