

小論文

表計算ソフト利用の数値電界計算法

伊藤 敏*, 井上 祥史*, 白田 昭司*

(1991年10月18日受理)

Numerical Calculation Method of Electric Field
by the Spread Sheet Program

Satoshi ITOU,* Shoushi INOUE* and Shouji USUDA*

(Received October 18, 1991)

The Authors expanded the numerical electric field calculation method by use of the spread sheet program, which was proposed by W.J. Orvis. The expanded method was able to solve the simultaneous equations derived from the finite difference method at the cylindrical coordinate or irregular mesh on the spread sheet programs under arbitrary boundary conditions. The calculated values enable us to draw the equipotential lines and electric field vectors by use of a graphic utility program made by the authors.

1. ま え が き

静電気研究に電界の数値計算は有用な方法^{1,2)}で、最近ではパソコン上での計算が可能になっている。その際、プログラムを作るか既製の電界計算ソフトを利用する。一方、W.J. オービス³⁾は汎用表計算ソフトである Lotus*¹⁾を用いて有限差分法(正方メッシュ)によりプログラミングなしで、真空中二次元場での電界計算が可能であることを示した。

著者らは表計算による方法を複合誘電体・回転対称場・不等間隔メッシュでの計算ができるように拡張し、さらにグラフ化機能を加え、実用化を試みたので、その結果を報告する。

2. 計 算 法

計算法は偏微分方程式の離散化に領域分割法である有限差分法を用いた。格子点上の離散関数値を表す連立方程式を解く過程に、W.J. オービスの提案した表計算ソフトを利用する方法を用いた³⁾。境界条件の処理は計算すべき系の領域分割図をそのまま表計算ソフトのワークシートに代入するだけである。

2.1 表計算ソフト利用の原理

電界計算で用いられる有限差分法では領域分割された各格子点での電位を未知数とする連立1次方程式をつくる。この連立1次方程式の数値解法に Gauss-Seidel の反復法がよく用いられる。

表計算ソフトと言われる市販のソフトには Lotus 123*¹⁾、アシストカルク*²⁾等がある。いずれの表計算にも共通し、かつ有限差分法に適用するのに重要な機能は3つある。

(1) ワークシートと呼ばれる行列要素(表計算ソフトではセルと呼ばれている)の集合体を持つ。セルはその位置する行と列に応じて番地を持つ。セルには数値や関数式、他のセルの値を変数とした数式が代入可能である。さらに、互いに相手のセルの値を参照する数式を代入した場合、「再計算」操作の繰り返しにより、一定値に収束させることができる。これは Gauss-Seidel の反復法そのものである。

(2) 複写機能を持つ。1つのセルに入れられた数式を数回のキー操作で任意の数だけ複写することができる。しかも、数式で引用する他のセルの番地を相対番地として複写することができる。この機能は作業上たいへんな省力化になる。

(3) ファイルへの出力機能を持つ。ワークシートの数値をそのままのイメージでテキストファイルに出力することができる。ワークシート上の各数値が有限差分法で領域分割された各格子点での電位値であった場合、これらの数値のグラフ化に不可欠な機能である。

キーワード: 有限差分法, 表計算, 液晶セル, 電界カーテン, 不等間隔メッシュ

* 愛知技術短期大学 (433 蒲郡市西迫町馬乗 50-2)
Aichi College of Technology, 50-2, Manori, Nishi-hazamachou, Gamagori, 443 Japan

*¹⁾ Lotus 123 は米国ロータスディベロップメント社の商標。

*²⁾ アシストカルクはアシスト社の商標。

W.J. オービスはセルを差分法の要素に見立て、これらの表計算機能のうち(1)を用いて、連立方程式を任意の境界条件のもと、ワークシート上で解けることを示した³⁾。

オービスの方法を正方メッシュ以外に拡張するには、各セルの位置に関する情報を持つ別のワークシートを用意する必要がある。計算結果のグラフ化のためには(3)の機能と後述のグラフ化プログラムが必要である。

2.2 計算手順

手順を示す。

(1) 計算する系の設計：どんな系をどんな条件で数値計算するかを設計する。用いる差分式・領域分割図・境界条件等が明確にされる。

(2) 表計算ソフトへの移管：連立方程式が解けるように表計算ソフトの再計算機能を手動・列順(または行順)・繰り返し50回にセットする。差分式をワークシートに入力し領域内に複写する。境界条件をワークシートへ入力する。第1種境界条件なら数値を、第2種なら相当する数式を入れる。設計された図のとおりに入れればよい。

(3) 計算：ワークシートの数値が収束するまで再計算のキーを押す。

(4) ファイル保存：収束した結果をデータファイルにテキストイメージで保存する。

2.3 グラフ化

計算によって得られた各格子点での数値データは行列のイメージでファイルに保存されているので、正方メッシュの場合、各数値は位置の情報も同時に持つことになる。また、不等間隔メッシュの場合は別のファイルに位置の情報が保存されている。それらの情報をファイルから読み取り、等電位線と電界のベクトル表示を行う。表計算ソフトとして Lotus 123 を用いた場合、著者らの作成したグラフ化プログラムは、表計算ソフト上で使用することができる。

3. 応用例

表計算ソフトを用いて、ラプラスの方程式を解く方法を二次元場での複合誘電体・回転対称場・不等間隔メッシュに適用した例を示す。いずれの場合にも電位・長さは規格化を行い計算した⁴⁾。

3.1 液晶セルの電界計算

二次元場・複合誘電体での電界計算の例として液晶セルを選んだ。液晶の電気物性を調べるときに光学的観測方向と垂直に電界を印加する場合がある⁵⁾。その時に用いる組立セルの光学軸と平行な断面における電位分布を二次元に近似し計算した。実際の場合より横方向を縮め

た。図1に計算された系の領域分割と境界条件を示す。誘電率が不連続に変化する境界面に相当するセルにおいてのみ複合誘電体の差分式を適用し⁶⁾、他のセルには離

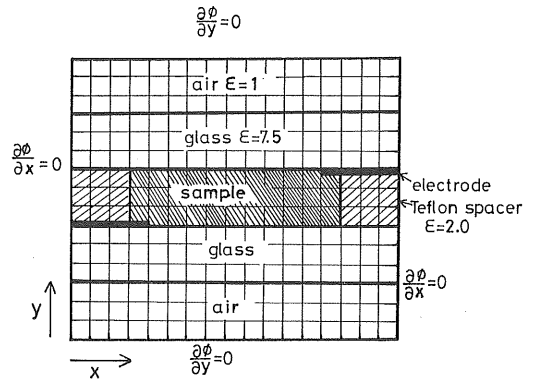


図1 液晶セルの領域分割と境界条件

Fig. 1 Mesh and boundary conditions in a liquid crystal cell.

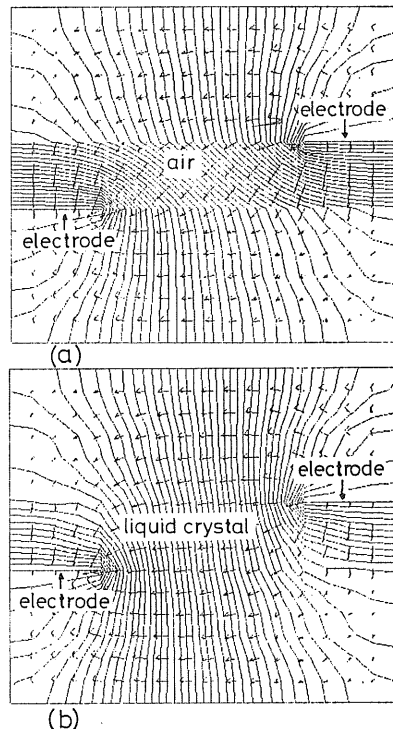


図2 計算された液晶セルの等電位線と電界ベクトル
(a) 試料が空気の場合
(b) 試料が液晶の場合

Fig. 2 Equipotential lines and electric field vectors of the calculated liquid crystal cell.

(a) the case of air
(b) the case of liquid crystal

散化されたラプラスの式をそのまま代入した。図2に比誘電率 20 の液晶が入った場合と入っていない場合の計算結果を示す。本系は比誘電率が異なる空気・ガラス・テフロン・液晶試料が複雑に位置し、通常にプログラミングするとかなりの時間を要する。しかし、本方法では実作業時間が1時間ほどで計算結果とグラフが得られた。

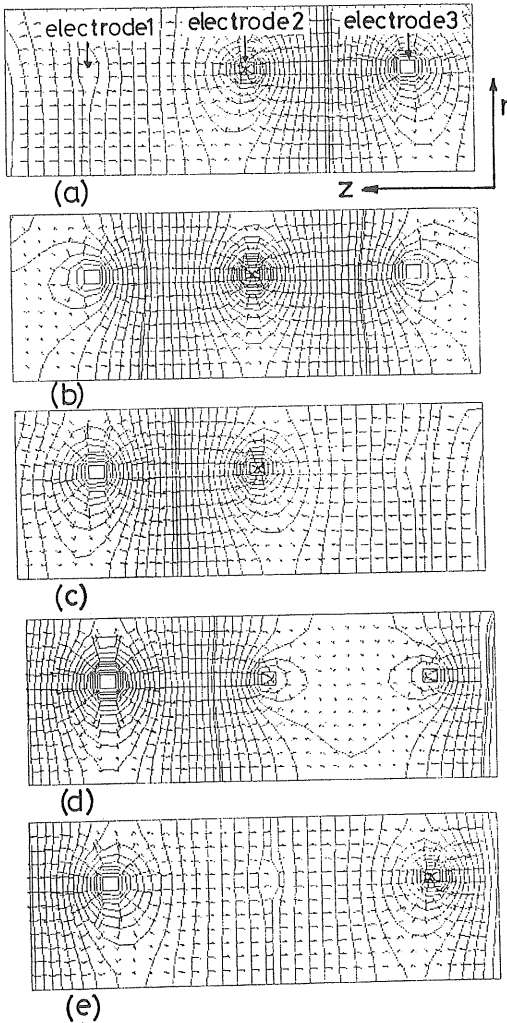


図3 円環形電界カーテンのつくる電位分布 (荷電領域を持たない場合). 電極 1: $V_1 = V_0 \sin \omega t$; 電極 2: $V_2 = V_0 \sin (\omega t - 2\pi/3)$; 電極 3: $V_3 = V_0 \sin (\omega t - 4\pi/3)$
 (a) $\omega t = 0$, (b) $\omega t = \pi/6$, (c) $\omega t = \pi/3$, (d) $\omega t = \pi/2$, (e) $\omega t = 2\pi/3$

Fig. 3 Electric potential distribution of electric curtain of ring type (no charged area). electrode 1: $V_1 = V_0 \sin \omega t$; electrode 2: $V_2 = V_0 \sin (\omega t - 2\pi/3)$; electrode 3: $V_3 = V_0 \sin (\omega t - 4\pi/3)$

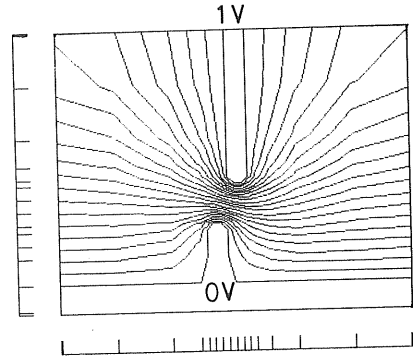


図4 偏軸板ギャップ (不等間隔メッシュ二次元場の例) (枠外に差分法分割目盛り表示)

Fig. 4 Equipotential lines for eccentrically facing plate gap (Example of irregular mesh in two dimensional field).

3.2 電界カーテン

回転対称場での電界計算の例として電界カーテンを選んだ。荷電粒子の運搬のため円環形電界カーテンに三相交流電圧を印加する。作られる電位分布を位相 0 から $\pi/6$ ごとに $2\pi/3$ まで計算した結果を図3に示す。回転対称場での計算に要求される回転軸からの距離は別のワークシートに記録し、そのワークシートの値を呼び出すことにより計算した。各図の左端と右端は周期条件によりつながっていると計算した。

3.3 偏軸板ギャップ

不等間隔メッシュでの例として図4の偏軸板ギャップを二次元場で計算した。電極付近を細かく分割した。xy座標の情報をそれぞれ別のワークシートに記録し、その対応する値を呼び出して計算した。

4. ま と め

W.J. オービス提案による表計算ソフト利用の数値電界計算法は、境界条件の処理が簡単という特徴を持つ。本報告では、その特徴を損なうことなく、複合誘電体や回転対称場、さらに不等間隔メッシュへの拡張ができることを示した。また、得られた計算結果をすぐにグラフ化できる。これらの機能拡張により、多くの人が利用している汎用表計算ソフトが、実用性を持った電界シミュレータとして利用できることを示した。しかし、メッシュ数が 50×50 を越えたり、極端な縦長や横長の場合収束が遅くなるという問題を含む。本報告で述べたラプラスの方程式以外の偏微分方程式や三次元場についても同様な方法で数値計算することが可能である⁸⁾。

付記

グラフ化プログラムの作成には Pascal を用いた⁹⁻¹¹⁾。ソースリストは紙面の関係で掲載できない。ソースリス

ト・実行プログラムを希望される方は文献9を参照頂くか、著者まで御連絡ください。

参 考 文 献

- 1) 河野照哉, 宅間 董: 数値電界計算法, p.3, コロナ社 (1980)
- 2) 宅間 董: 静電気ハンドブック, 静電気学会編, p.167, オーム社 (1981)
- 3) W.J. Orvis (フェムテック訳): 科学技術計算のためのロータス 123 活用編, 啓学出版 (1990)
- 4) 川田重夫, 松本正己: 電磁気学, p. 133, 近代科学社 (1990)
- 5) S. Itou: J. J. Appl. Phys., 24 (1985) 1234
- 6) 河野照哉, 宅間 董: 数値電界計算法, p. 106, コロナ社 (1980)
- 7) 増田閃一: 静電気ハンドブック, 静電気学会編, p.296, オーム社 (1981)
- 8) 臼田昭司, 井上祥史, 伊藤 敏: 計測自動制御学会, 投稿中
- 9) 臼田昭司, 伊藤 敏, 井上祥史: トラ技コンピュータ, 4巻 (2月号), 第5章, CQ 出版 (1992)
- 10) 水野明哲: 流れの数値解析入門, p.97, 朝倉書店 (1990)
- 11) 安斎利洋, 伊吹 龍: ターボ・グラフィックス, p. 38, JICC 出版 (1990)