

## 論 文

## Fluid Mapper を用いた電束と等電位線の同時可視化法

金古 喜代治\*, 大山 龍一郎\*, 菅野 泰\*

(1990年1月25日受理)

Visualization Method of Electric Flux and Equi-potential Lines  
by Means of Fluid Mappers

K. KANEKO,\* R. OHYAMA\* and Y. SUGENO\*

(Received January 25, 1990)

A fluid mapper is a good equipment for visualizing electric flux of electrostatic fields. The authors already have reported various visualization methods of the electric flux in both two dimensional and axisymmetric three dimensional electrostatic fields by means of fluid mapper techniques. In this paper, they focus and discuss an invertibility concerning the fluid mapper methods in which the role of equations on streamlines and equi-potential lines can be exchanged each other. The invertibility is a very important concept in the applications of fluid mappers, because the fluid mappers are able to visualize not only the electric flux in electrostatic fields but also equi-potential lines of them by irreversible characters. Furthermore, an irreversible fluid mapper proposed in this paper is applied to analyze and visualized the both electric flux and equi-potential lines in axisymmetric three dimensional fields of two dielectric substances with the different dielectric constants. This new method has great advantage that we can graphically analyze the equi-potential lines instead of numerical calculation methods by computers.

## 1. まえがき

従来より、著者らは Fluid Mapper (以下 FM と略記) 装置を用いて、静電界における電気力線や電束などを可視化し、二次元場ならびに軸対称三次元場の電界を解析する手法について検討と考察を進めてきた<sup>1-8)</sup>。FM 装置を用いて可視化された流線が、電気力線あるいは電束を現しているかどうかを確認するために、これまでには有限要素法により計算機で数値計算した等電位線と、FM 装置によって可視化した流線図形とを重ね合わせて、その両者の直交性を検討することにより流線の検証を行ってきた。また、FM 装置によって可視化した流線図形を図解<sup>1,4,5)</sup>することにより、等電位線を求める方法についても報告してきた。

一般に、定常で非圧縮性の渦なし場の流体においては、ラプラスの方程式が成立する。FM 装置は解析場の境界条件を考慮して成型された石膏板とガラス板の間に極めて狭い細隙流路を構成し、その流路内に十分小さな

レイノルズ数  $R_e$  をもつ定常な流れを形成させ、その流体 (20°C の水を使用) の流れを methylene blue 結晶片の色素をトレーサとして用いて着色して細隙流路内のポテンシャル流を可視化するものである。FM 装置を用いた電界の可視化手法は、ラプラス場の解析<sup>1,3-6)</sup>ばかりでなく、石膏板に分布源としての微小金属粒を充填した砂床部分を設ければ、空間電荷が分布する二次元ポアソン場の電界解析<sup>2,7)</sup>にも適用することが可能である。また、軸対称の三次元場に対しては、特殊な固定砂床を用いることにより空間電荷の分布を表すことができる<sup>8)</sup>。

一般に、単一媒質のラプラス場を満足する FM において、2枚の石膏板を作成して縦と横の2方向に各々定常流を形成させて、その流線を可視化すれば一方の FM により可視化された流線は電気力線 (電束) を表し、他方の FM による流線は等電位線を可視化するものと考えられる。しかしながら、2媒質誘電体のように誘電率の異なる境界面を有するような場合には、このような簡単な方法で可視化することができない。すなわち、複合誘電体において電束と等電位線を同時に可視化するには、FM の細隙流路内のステップを流れの流動率の逆比となるように石膏板面を反転させる必要のあることが実験的に判明した<sup>9,12)</sup>。

そこで、反転的な性質をもつ2枚の FM を作成して

キーワード : Fluid Mapper, 軸対称三次元場, 電界, 等電位線, ポテンシャル場の可視化

\* 東海大学工学部電気工学科 (259-12 平塚市北金目 1117)  
Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Tokai University, 1117, Kitakaname, Hiratsuka, 259-12 Japan

二次元場の電束と等電位線を同時に可視化し、その性質に関して理論的な検討を進めてきた<sup>9,12)</sup>。その結果、電気力線（電束）を可視化するために、従来より用いられてきた FM 装置<sup>1-8,11)</sup>（以後本論文では従来形 FM と呼称）に加えて FM の流体の流動率  $\sigma$ 、すなわち細隙流路の間隔  $d$  を反転させた FM 装置（以後反転形 FM と呼称）を用いることにより、等電位線をも併せて可視化することができる。このような FM 装置（反転形 FM と呼称）を用いることによって、従来形 FM における等圧力線 ( $P=\text{const.}$ ) と反転形 FM の流線 ( $\Psi=\text{const.}$ ) とが、相互に交換可能となる。すなわち、反転形の FM 装置を用いれば、二次元場における電気力線（電束）と等電位線を同時に可視化して解析することができる。

本報告は、軸対称三次元場における FM の反転的な性質について検討するとともに、反転形の FM 装置を用いて 2 媒質の直線状境界面（円錐台形の絶縁スペーサ）ならびに円形状の境界面（球形状のボイド）における電束と等電位線の同時可視化法を提案したものである。すなわち、この方法は従来形の FM 装置による電束の可視化に加えて、流体の流動率  $\sigma$  が細隙間隔  $d^3$  に比例することから  $d$  の値を反転させ、かつ対称軸  $z$  に対して直角双曲面になるように石膏板を成型した反転形の FM を用いるものである。

本手法は軸対称三次元場の電束と等電位線を同時に可視化することができるもので、数値計算の結果を検証するのに有効であるとともに、解析場の変化を連続的にとらえながら、種々の境界条件に対応させて解析することができる点に特徴を有している。

## 2. 二次元場における FM の反転性<sup>9,12)</sup>

FM 装置の細隙流路において、レイノルズ数  $R_e$  を数十程度までの値に抑えれば二次元のポテンシャル流れが形成される<sup>10)</sup>。一般に、細隙面 ( $x-y$  面) における単位幅あたりの流量  $i_{x,y} (\text{m}^3/\text{m} \cdot \text{s})$  は、ナビエ-ストークスの方程式より  $i_{x,y} = \sigma F_{x,y}$  で示される。ここで  $\sigma = d^3/12 \mu (\text{m}^5/\text{N} \cdot \text{s})$  ( $\mu$  は流体の粘度 ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ) である) は細隙流路内を流れる流体の流れやすさの度合を表すものであり、これを流体の流動率と定義する<sup>4)</sup>。また、 $F_{x,y} = -[\text{grad } P]_{x,y}$  ( $P$  は圧力 ( $\text{Pa}$ ) である) は流れ場の強さとして定義されている<sup>13)</sup>。二次元場においては、圧力  $P$  と流線関数  $\Psi (\text{m}^3/\text{s})$  が各々ラプラスの方程式を満足して、等圧力線 ( $P=\text{const.}$ ) と流線 ( $\Psi=\text{const.}$ ) が互いに直交する。

ラプラス場を満足する FM 装置において、單一媒質の誘電体の場合には、単に 2 枚の石膏板を用いて縦と横の 2 方向に、それぞれレイノルズ数  $R_e$  の小さい定常な

流れを形成させ、その流れを可視化すれば、一方の FM 装置による流線图形は電気力線を表し、他方の FM 装置により可視化された流線は等電位線を表すことになる。しかしながら、多媒質の誘電体においては、誘電率  $\epsilon$  の値に応じて FM の石膏板面にステップを設ける<sup>1,3-5)</sup> 必要があり、細隙流路内の流体の流動率  $\sigma$  を変化させるのに対応して、細隙流路の間隔  $d$  を変化させなければならない。

いま、図 1(a), (b) に示すように二次元のポテンシャル場において、圧力と流線関数を互いに交換することを考える。すなわち、図 1(a) における  $P=\text{const.}$  と  $\Psi=\text{const.}$  は同図 (b) の  $\Psi'=\text{const.}$  と  $P'=\text{const.}$  に各々一致するものとする。一般に、ラプラス場を満足する FM 装置において、圧力  $P$  と流線関数  $\Psi$  との間には次式に示す関係が成立する。

$$(i_j)_x = -\sigma_j \frac{\partial P_j}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \quad (1)$$

$$(i_j)_y = -\sigma_j \frac{\partial P_j}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi_j}{\partial x}$$

ここで、添え字の  $j$  は媒質の相違を表しており、2 媒質の場合には  $j=1$  および 2 である。また、2 媒質境界面上の任意点における境界条件は次式で示される。

$$\sigma_1 \frac{\partial P_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial P_2}{\partial n} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{\partial \Psi_1}{\partial n} = \frac{1}{\sigma_2} \frac{\partial \Psi_2}{\partial n}$$

ここで、 $n$  は媒質境界面に対する法線方向の距離である。まず、(1)式より圧力と流線関数を交換するためには、ポテンシャル流れの方向が  $\pi/2$  (rad) だけ変化して次の条件が得られる<sup>9)</sup>。

$$(i_{j'})_x = (i_j)_y, \quad (i_{j'})_y = -(i_j)_x \quad (3)$$

ここで、 $(i_{j'})_{x,y}$  は図 1(b) における単位幅あたりの流量である。次に、(2)式より  $P$  と  $\Psi$  を交換するためには、流体の流動率に関して次のような反転条件を得ることができる<sup>9)</sup>。

$$\sigma_{j'} = 1/\sigma_j \quad (4)$$

一般に、流体の流動率について  $\sigma_{j'} = k/\sigma_j$  (ここで  $k$  は任意の正数) の関係があれば、図 1(a) に示した流体の圧力  $P_j$  と同図 (b) における流線関数  $\Psi_{j'}$  とを互いに交換することができる。ラプラス場を満足する FM 装置において、場の流れが反転することによって、ポテンシャル流れの方向が  $\pi/2$  だけ回転して反転することになる。すなわち、媒質の境界を含んだ全領域において (a) 図に示す流体の等圧力線  $P_j=\text{const.}$  (静電界の等電位線に相当する) と (b) 図の流線  $\Psi_{j'}=\text{const.}$  (静電界の電束に相当

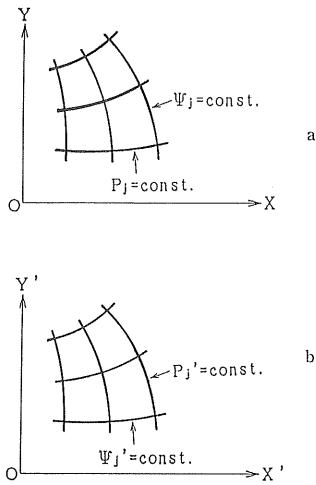


図 1 FM の反転性

- (a) ポテンシャル場 1  
(b) ポテンシャル場 2

Fig. 1 Inversible of fluid mapper.

- (a) potential field 1  
(b) potential field 2

する)とを互いに交換することが可能である。したがって、(4)式を満足するように細隙間隔  $d$  を反転させた FM の石膏板を成型して流れを可視化すれば、その流線は等電位線を表すことになる。

前述したように、誘電率が異なる 2 媒質の境界を表すのに、石膏板面上にステップを設けるが、反転形 FM の石膏板面に設けるステップは(4)式の関係から

$$\sigma_1' : \sigma_2' = (1/\sigma_1) : (1/\sigma_2) = \sigma_2 : \sigma_1 \quad (5)$$

を満足されればよいことがわかる。ここで、 $\sigma_1'$  および  $\sigma_2'$  は各々の媒質に対する反転形 FM の流体の流動率を表している。FM 装置における細隙流路の間隔は  $d^3 \propto \sigma$  の関係がある<sup>1,3,5)</sup>から、反転形 FM 装置の細隙間隔を各々  $d_1'$  および  $d_2'$  とすれば、反転形 FM のステップは  $(d_1'/d_2')^3 = (d_2/d_1)^3$  の関係により決定することができる。すなわち、FM 装置の反転的な性質は界面の形状に無関係であり、任意の形状をもった媒質の界面において(5)式の関係を満足されれば良いことになる。

### 3. 軸対称三次元場における FM の反転性

FM 装置を用いて軸対称三次元場をシミュレーションするには、一般に図 2 のような円筒座標  $(r, \theta, z)$  を用いて取り扱っている<sup>4)</sup>。従来形の軸対称三次元場の FM 装置において、同図のように  $r-z$  面ではさまれた小さい角度  $\theta$  のくさび状の部分における単位長、単位幅あたりの流体の流動率  $\sigma$  は三次元の深さ<sup>4)</sup>  $t=r\theta$  に比例するので、対称軸からの距離  $r$  に対して  $\sigma \propto r$  の関係がある。

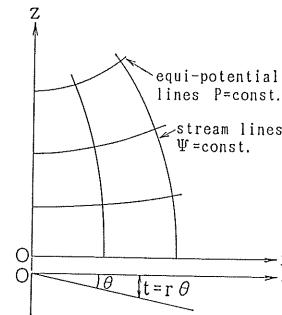


図 2 軸対称三次元場

Fig. 2 Axisymmetric three dimensional field.

FM 装置において、流体の流動率  $\sigma$  と細隙間隔  $d$  の間に、前述したように  $\sigma \propto d^3$  の関係が成立<sup>11)</sup>するから、細隙間隔は  $d \propto r^{1/3}$  で表すことができる。この場合、FM 装置の細隙流路内を流れる流体の流動率  $\sigma$  を静電界における単位間隔、単位幅あたりのキャパシタンス  $\epsilon t$  に対応させれば、FM の圧力方程式は静電界の電位方程式と一致することになる。したがって、図 3 に示すような電束を可視化するための従来形 FM 装置<sup>4)</sup>では、 $z$  方向にポテンシャル流れを形成させる。また、石膏板の近似的な三次曲面の設計については、対称軸  $z$  からの距離  $r$  方向に対して  $1/3$  乗に比例させ、さらに媒質に応じたステップを施して FM 装置の石膏板を成型する。

次に、軸対称三次元場における FM の反転性について考察する。一般に、円筒座標を用いた場合、流線関数  $\Psi$  が満足すべき方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

また、圧力  $P$  に関するラプラスの方程式は

$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \quad (7)$$

で表すことができる。すなわち、(6)および(7)式より

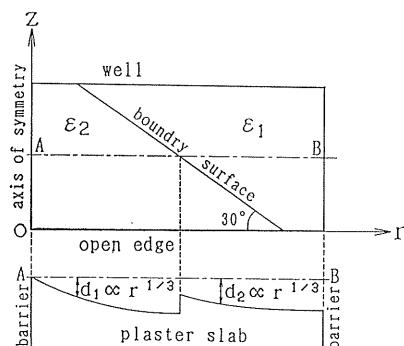


図 3 従来形 FM

Fig. 3 Fluid mapper

$\nabla^2 \Psi \neq 0$  の関係をもつていていることから、FMの流れを図2の $z$ 方向にとる場合、圧力 $P$ はラプラスの方程式を満足しているが、その流線関数 $\Psi$ についてはラプラス方程式を満足しない。一般に、二次元のラプラス場においては、等圧力線 $P=\text{const.}$ と流線 $\Psi=\text{const.}$ の相互交換が可能<sup>9,12)</sup>であった。しかし、軸対称の三次元場においては、 $(\nabla^2 P)_{r,z}=0$  および  $(\nabla^2 \Psi)_{r,z} \neq 0$  により  $P$  と  $\Psi$  とが各々満足すべき方程式が異なるので、二次元場のように  $P$  と  $\Psi$  を相互に交換することが不可能である。

先に Beaver は、電解槽に対して直角座標 $(x, y, z)$ を用いる代わりに双曲筒座標系 $(p, q, z)$ を採用すれば、 $z=\text{const.}$ 面において  $p=\text{const.}$  と  $q=\text{const.}$  が互いに直交する双曲面となって、流線関数 $\Psi$ がラプラスの方程式を満たすことを指摘している<sup>10)</sup>。すなわち、このことはポテンシャル関数 $\phi$ が円筒座標系における流線関数 $\Psi$ と同形であることを示唆している。そこで、双曲筒座標系における  $\nabla^2 \phi$  は

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= \frac{(q^4+4p^4)^{1/2}}{q^2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{4p^2 \partial p^2} - \frac{q^2}{4p^3} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} - \frac{1}{q} \frac{\partial \phi}{\partial q} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (8)$$

により表される<sup>10,11)</sup>。ここで、 $q=\text{const.}$ の面におけるポテンシャル関数を  $\phi=\text{const.}$  とすれば  $\partial^2 \phi / \partial p^2 = 0$  および  $\partial \phi / \partial p = 0$  が満足される。したがって、 $p=0$  の面において(8)式は次のように表せる<sup>10,11)</sup>。

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} - \frac{1}{q} \frac{\partial \phi}{\partial q} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

すなわち、(9)式は(6)式の流線方程式と同形式であることがわかる。いま、円筒座標により表される流線関数を  $\Psi$  とし、双曲筒座標により表される圧力を  $P'$  とすれば、 $\Psi$  と  $P'$  は各々同じ方程式を満足する。したがって、流線関数  $\Psi$  は圧力  $P'$  と交換することが可能になる。

以上、反転に関する諸条件を考慮して、軸対称三次元場に対する反転形の FM 装置を実現するためには、双曲筒座標により表された場の流体の流動率  $\sigma'$  が対称軸  $z$  からの距離  $r$  に反比例する。したがって、等電位線を可視化する反転形 FM の細隙間隔は  $d' \propto 1/r^{1/3}$  により決定され、図4のように FM の石膏板面を細隙間隔が対称軸  $z$  からの距離  $r$  に対して  $1/3$  乗に反比例するような三次曲面状に成型する。

また、媒質の境界面を表している石膏板面上のステップ条件としては、二次元場の場合と同様<sup>9,12)</sup>にして設計することができる。すなわち、 $\Psi_j$  と  $P_j'$  が相互に交換することができるためには  $\sigma_j' = k/\sigma_j$  であることが必要十分条件であるから、2媒質の境界面をシミュレーションするステップに関しては

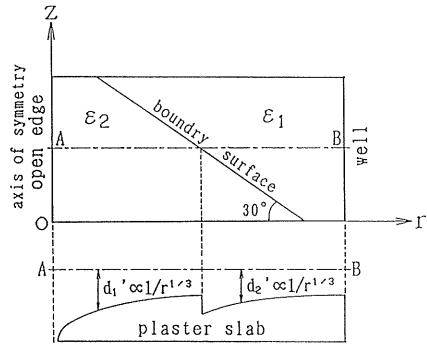


図4 反転形 FM

Fig. 4 Inversible fluid mapper.

$$\sigma_1' : \sigma_2' = \sigma_2 : \sigma_1, \quad d_1'/d_2' = d_2/d_1 \quad (10)$$

のように反転させることにより、反転形 FM の石膏板面のステップを設計すればよい。すなわち、図4に示すように、反転形の FM 装置の細隙間隔  $d_1'$  および  $d_2'$  を各々従来形 FM 装置の細隙間隔  $d_2$ 、 $d_1$  に置き換えて細隙流路を設計しなければならない。

#### 4. 反転性 FM による可視化結果

##### 4.1 直線状複合誘電体境界面の場合

直線状の複合誘電体境界面をもつ実用的な具体的な例としては、円錐台形状の絶縁スペーサなどが考えられる。図3で示したように、電束を可視化するための従来形の FM 装置<sup>4)</sup>においては、誘電率  $\epsilon_2=3$  の側における細隙間隔を  $d_2=0.32 \sim 1.58$  mm とし、 $\epsilon_1=1$  側の細隙間隔を  $d_1=0.64 \sim 1.18$  mm になるように、ステップ状のモールドを作製して石膏板の表面に近似三次曲面を設けて成型した。一方、等電位線を可視化するための反転形 FM においては、石膏板の設計と作成上の理由により  $\epsilon_2$  側の細隙流路間隔の最小値を  $d_{2\min}'=0.41$  mm と制限して設計を行った。また、誘電率  $\epsilon_2$  の領域において、石膏板の  $r$  方向に対する最大寸法を  $r=200$  mm と規定すれば  $r=c'/d'^3$  (ここで  $c'$  は比例係数) の関係により  $r=11.23/d'^3$  を得ることができる。したがって、反転形の FM 装置における細隙流路の間隔は  $d_2'=0.41 \sim 1.77$  mm とした。また、誘電率が  $\epsilon_1$  の領域においては  $\epsilon_1/\epsilon_2=c_2'/c_1'$  の関係により  $r=33.69/d_1'^3$  であるから  $d_1'=0.63 \sim 1.09$  mm と設定して、石膏板面を直角双曲面状に成型した。反転形の FM 装置は、石膏板面が直角双曲面状になるために、対称軸  $z$  近傍において細隙間隔  $d'$  が急激に変化するので、比較的厚めの PE シートにより石膏板の成型用ステップモールドを作製した<sup>4)</sup>。

図5は従来形の FM を用いて可視化した電束と、反転形の FM により可視化した等電位線を重ね合わせた

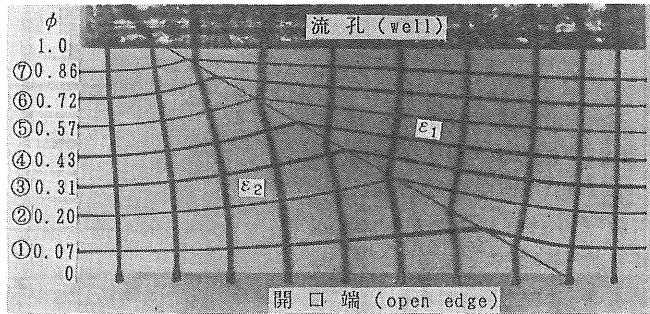


図 5 可視化した電束と等電位線の重ね合わせ図形 (スペーサ)

Fig. 5 Photograph obtained by superposition of equi-potential lines upon flux (in case of spacer).

図形を示す。FM 装置を用いた流線の可視化法については、これまでに詳しく報告<sup>1,5)</sup>しているので、本論文においては省略する。反転形の FM 装置において特に注意すべきことは、石膏板面を対称軸  $z$  に対して直角双曲面状に成型する関係から、レイノルズ数  $R_e$  が局部的に大きな値になる場合が考えられる。レイノルズ数が大きくなると慣性効果<sup>11)</sup>が生じて、ステップ部分や対称軸  $z$  の近傍において正確な流線図形を得ることが困難になることがある。また、FM 装置の流孔部分において、圧力が過大になると流体の粘着力に比べて慣性力が大きくなり、たとえ流れの定常性が維持されたとしても、可視化された流線図形はボテンシャル場を正確に表さない場合がある。したがって、本可視化実験においては、流体に増粘剤として methocel を 0.2% 程度添加することにより、レイノルズ数  $R_e=1.25$  に抑えている。このレイノルズ数  $R_e$  は、FM 装置の細隙流路内に定常流を形成させるのに十分な値である。また、流孔部分の容積を大きめにとって、流体の吹き出し口の圧力を軽減し、慣性効果の影響を低減している。

本実験において、水槽と石膏板の流孔との間に圧力差を与えてから、流線の可視化がすべて終了するまで約 45 秒程度の時間を要した。図 5 からも明らかなように、従来形の FM 装置と反転形 FM 装置の両者を用いて可視化した各流線群は、流孔端や開口端においてかなり良い直交性が認められる。また、流れ止めの部分においても十分な平行性をもっている。可視化された双方の流線が、ほとんどの位置で互いに直交しているという実験事実は、反転性の FM 装置を用いることにより電束と等電位線を同時に可視化することが可能であることを示しているものと考える。

#### 4.2 円形状複合誘電体界面の場合

円形状の複合誘電体界面を有する実用面での具体例としては、誘電体内に存在する球形状のボイドなどが考えられる。前節において述べたように、近似的な三次曲

面をもった従来形の軸対称三次元 FM 装置では、誘電率  $\epsilon_1=1$  側における細隙間隔を  $d_1=0.30\sim0.78$  mm とし、 $\epsilon_2=3$  側では  $d_2=0.50\sim1.85$  mm としている。また、等電位線を可視化するための軸対称三次元の反転形 FM に用いる石膏板を成型するには、対称軸  $z$  の近傍においてかなり精密な設計が要求される。すなわち、球形状の誘電体  $\epsilon_1$  の中心が対称軸に一致するために、媒質の誘電率に対応して円形状のステップを設けるとともに、そのステップ部分を更に直角双曲面状に成型して石膏板を作成しなければならないからである。したがって、石膏板の寸法は成型上の都合から 150×150 mm の大きさに作成し、各媒質における細隙流路の間隔は、レイノルズ数を考慮して  $d_1'=0.78\sim1.77$  mm および  $d_2'=0.32\sim1.20$  mm のように成型して反転形の FM 装置を構成した。

図 6 には、従来形の FM により可視化した電束と反

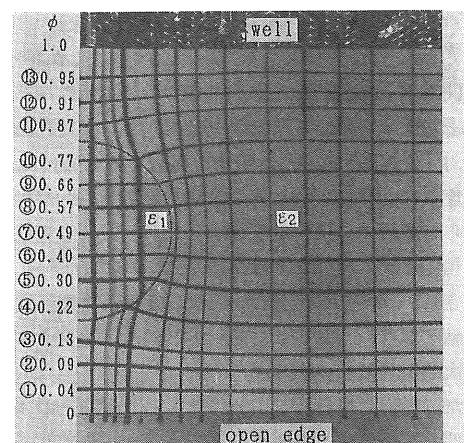


図 6 可視化した電束と等電位線の重ね合わせ図形 (球形状ボイド)

Fig. 6 Photograph obtained by superposition of equi-potential lines upon flux (in case of spherical void).

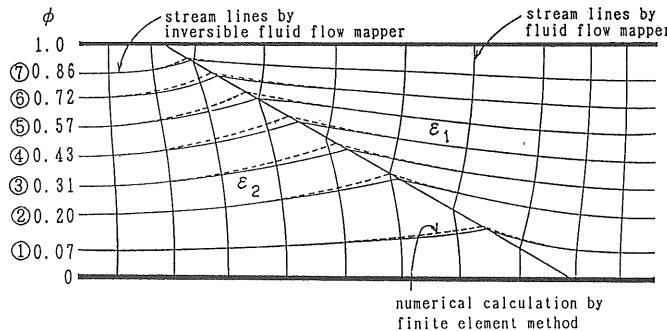


図 7 数値計算値との比較（スペーサ）

Fig. 7 Comparison of the experimental results with numerical calculation (in case of spacer).

転形の FM を用いて可視化した等電位線とを重ね合わせた図形を示してある。この場合においても、前節と同様に可視化された縦方向（電束）と横方向（等電位線）の流線群は、ともに良い直交性をもっている。本可視化実験の結果は、ラプラス場における FM 装置の反転的な性質が、媒質界面の形状に無関係<sup>12)</sup>であることを示唆するものと考える。

### 5. 可視化結果の検討

図 7 は直線状の境界面（円錐台形絶縁スペーサ）において、反転形の FM 装置により可視化した等電位線と有限要素法を用いて計算機によって数値計算した等電位線を比較した結果である。計算機による等電位線の数値計算の手順は、まず反転形 FM により可視化された流線の始点位置（流孔端）における電位の値を求め、その電位値に対する等電位線の位置を計算機によりシミュレーションして求めた。その結果、開口端部における流線（等電位線）と数値計算値を比較した最大相対誤差は No. 5 の媒質界面部分の位置において 5.2% であり、最小の相対誤差は No. 7 の位置で 0.6% であった。

また、図 8 には円形状の境界面（誘電体内部の球形状ボイド）における反転形 FM による流線と数値計算により求められた等電位線を比較した結果を示す。この場合の最大相対誤差は No. 11 の位置で 3.5% であり、また最小相対誤差は No. 7 の位置において 1.0% 程度であった。図 9 は誘電率比を  $\epsilon_2/\epsilon_1=3$  とするときの球形状誘電体内外での等電位線について、反転形の FM 装置を用いて可視化した流線の図解析結果と有限要素法により数値計算して求めた結果を各々比較したものである。軸対称三次元の反転形 FM 装置による解析結果を、前報<sup>5)</sup>における二次元場の数値計算結果と比較すると、球形状誘電体の界面付近において若干の相違が見られる。この原因としては、前述したように石膏板面の直角

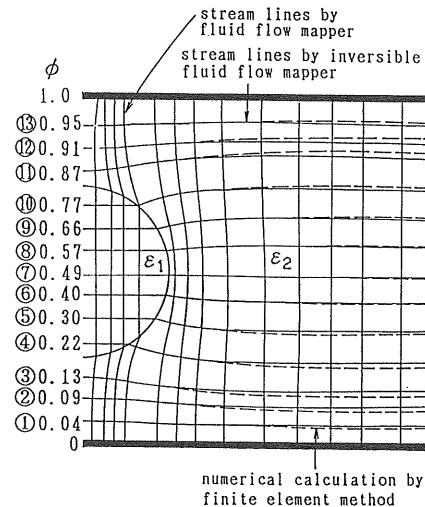


図 8 数値計算値との比較（球形状ボイド）

Fig. 8 Comparison of the experimental results with numerical calculation (in case of spherical void).

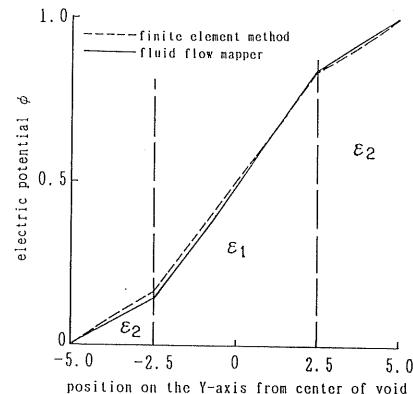


図 9 球形状ボイドの電位分布

Fig. 9 Electric potential distribution on spherical void.

双曲面部分での軽度な慣性効果によるものと考えられる。反転形 FM を用いて可視化した流線から図解して求めた電位値と計算機により数値計算した値に対する相対誤差は 2.4% であった。従来形の FM 装置に加えて、反転形の FM 装置を付加して流線を可視化すれば、比較的簡単な装置を用いることにより、かなり良い精度でポテンシャル場の電束と等電位線を同時に可視化して解析できることがわかった。

## 6. ま と め

軸対称三次元の静電場を可視化する FM の流れに、反転的な性質のあることに着目して、その反転性に関する理論的な検討と考察を加え、反転形 FM 装置を用いて円錐台形状ならびに球形状の媒質界面をもつ複合誘電体の界面におけるポテンシャル場を可視化実験して良好な結果を得ることができた。

本論文は、反転形 FM を用いた軸対称三次元場の電束と等電位線を同時に可視化する方法を提案したもので、まず FM 装置の細隙間隔  $d$  が対称軸からの距離  $r$  に対して  $d \propto r^{1/3}$  を満足するような三次曲面を石膏板に設けた従来形の FM 装置により電束を可視化する。次に、それに加えて対称軸  $z$  からの距離  $r$  に対して  $d \propto 1/r^{1/3}$  の関係をもつ直角双曲面状に石膏板を成型した反転形の FM を付加することによって、等電位線を可視化するものである。本手法を用いた可視化精度は、数値計算値に対して、その相対誤差が 0.6~5.2% の範囲にある。したがって、本手法が電束と等電位線の同時可視化法として有用な手段であることがわかる。

本論文において提案した可視化手法は、二次元ならびに軸対称三次元のラプラス場に適用することが可能である。さらに、本可視化法は任意の曲面をもった多媒質の複合誘電体界面に対して適用可能であることから、計算機による数値計算の必要もなく、簡単な装置と方法により電界と等電位線を同時に可視化して解析できる特徴がある。したがって、本手法は従来の FM 装置を用いた電界解析法の有用性を更に向上させるものと考える。

## 参 考 文 献

- 1) 金古喜代治, 福岡醇一, 松元 崇, 大村英之, 立野利浩: 静電気学会誌, 11 (1987) 29
- 2) 金古喜代治, 福岡醇一: 電気学会論文誌 A, 107 (1987) 49
- 3) 金古喜代治, 大村英之, 福岡醇一, 松元 崇: 電気学会論文誌 A, 107 (1987) 221
- 4) 大山龍一郎, 金古喜代治: 電気学会論文誌 A, 108 (1988) 375
- 5) 金古喜代治, 大山龍一郎, 田部井秀幸, 山崎 実: 静電気学会誌, 12 (1988) 360
- 6) 大山龍一郎, 金古喜代治: 電気学会論文誌 A, 109 (1989) 227
- 7) 大山龍一郎, 金古喜代治: 流れの可視化, 9 (1989) 37
- 8) 大山龍一郎, 金古喜代治, 福岡醇一: 東海大学工学部紀要, 28 (1988) 1
- 9) 金古喜代治, 中西洋八郎, 青木秀憲, 大山龍一郎, 菅野泰: 静電気学会講演論文集 '89, p. 329 (1989)
- 10) W.L. Beaver: J. Appl. Phys., 28 (1957) 579
- 11) 福岡醇一: フルイド・マッパー, 北海道大学図書刊行会 (1983)
- 12) 菅野 泰, 大山龍一郎, 金古喜代治: 流れの可視化, 9 Suppl. (1989) 77
- 13) 福岡醇一: 静電気学会誌, 2 (1978) 224