

論 文

気中コロナ光の画像処理

宮原一典*, 荒井健次**, 藤岡伸宏***

(1989年8月2日受理)

Image Processing of Luminosity due to Corona Discharge in Atmospheric Air

I. MIYAHARA,* K. ARAI,** and N. FUJIOKA***

(Received August 2, 1989)

An image processing system was constructed using a high quality video-camera, a micro computer and the others for extraction of valuable information from recorded impulse discharge light on a film. The light intensity on the film can be expressed by a brightness number as the image processing result, but the number is affected by the measuring conditions and used apparatus. Therefore, it is needed to make clear the relationship between the brightness number and the emitted rate of photons for the quantitative study of discharge phenomena. DC positive corona discharge in a coaxial cylindrical electrode has a stable emission of luminosity and similar wave spectra to the long-gap impulse discharge. The emitted rate of photons were measured using a photomultiplier tube. Also the emitted rate of photons were calculated from the measured current-voltage characteristics using the coefficients of ionization and excitation. On the other hand, brightness numbers were derived from the image processing results of the films which were exposed with a still camera or a streak camera. It was obtained that the brightness numbers had a simple relation to the emitted rate of photons. The results indicate that DC positive wire corona discharge has possibility to be used as a light source for the quantitative calibration on the image processing results of the discharge light recorded film.

1. まえがき

静電気帯電やイオン流帶電に基づく微小ギャップ放電においては、パルス幅数ナノ秒程度の放電電流波形が観測され¹⁾、その放電に伴って1GHz以上の周波数スペクトル成分を持つ電磁波が放射される²⁾。このような放電波形を詳細に観測するには、数十ピコ秒程度の立ち上がり速度特性を持つ单一高速過渡波形記録の可能な装置が必要になるが、現時点ではその入手・使用は容易では

ない。

一方、高速度ストリークカメラの使用により放電発光強度経時変化および放電進展距離変化を高速度で記録することは可能である³⁾。特に近年は、高速光像変化観測可能なイメージコンバータカメラその他を利用して、電気信号と同時に光信号を観測することも多く、逆電離現象⁴⁾や気中ギャップの放電形成過程⁵⁾、絶縁物上の沿面放電⁶⁾、などの放電光進展観測結果が報告されている。

しかし、それらの光像に含まれる輝度情報を、定量的に解析しようとする試みはまだ十分には行われていないと思われる。一方、近年の電子技術の進歩により汎用パソコンを含む画像処理システムを構築することは比較的容易となっており、これを放電光像の解析に用いることは有効であると考えられる。そこで放電光写真に記録された輝度情報を定量的に解析する手段を確立して、そこに含まれるデータを有効に活用するため、必要な校正光源として同軸円筒電極系における正コロナ放電光を用いる可能性を検討した。

このコロナ光は、無パルス放電領域において比較的安定に発光し、その波長スペクトル分布はインパルスコロ

キーワード：コロナ放電、画像処理

* 和歌山工業高等専門学校電気工学科 (644 和歌山県御坊市名田町野島 77)

Department of Electrical Engineering, Wakayama Technical College, Nosima 77, Nada, Gobo, 644 Japan

** 神戸大学工学部電気工学科 (657 神戸市灘区六甲台町) Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kobe, Rokkodai, Nada-ku, Kobe, 657 Japan

*** 産業技術短期大学電気工学科 (661 兵庫県尼崎市西昆陽 1-27-1)

Department of Electrical Engineering, College of Industrial Technology, Nisikoya 1-27-1, Amagasaki, 661 Japan

ナ光とリーダ光を合成した分布に類似している^{7,8)}。

また、その中心電線表面における電離および励起現象の定量的関係を、知られている物理定数を用いて試算することができる⁹⁾。

そこで、電線表面からの発生光子密度分布を試算し、UV レンズを通して光電子増倍管で測定した電線周囲輝度分布分布から換算して求めた光子発生率密度分布と比較検討を行った。

一方、静止カメラおよびストリートカメラを用いて正コロナ光像をフィルム上に記録し、それを画像処理した輝度分布データと、光子発生数との対応付けを試みた。その際、光像を記録するフィルムの写真特性についても検討を行った。その結果、適性露光範囲における露光量と輝度階調との関係および、それと光子発生数とを関連付ける可能性を見出したので、これらの結果をとりまとめて報告する。

2. 実験装置

図 1(a) に同軸円筒電極系の正コロナ放電発生装置とその測定系の配置、図 1(b) に光像観測部の拡大図を示す。中心電線 (x 軸) には表面光沢の少ないタンタル線 (半径 0.25 または 0.5 mm) を使用した。円筒電極寸法は内径 140 mm ϕ 、長さ 200 mm であり、その両側には、端部の電界変歪効果を緩和するため、長さ 50 mm のガード電極をもうけた。これらの円筒電極内面には光の反射を少なくするため黒色の導電塗料を塗布した。なお、円筒電極中央の観測穴 30 mm ϕ から観測される正コロナ放電光は、紫外域のスペクトル成分をもつため、種々の光観測には UV レンズ (Nikkor 105 mm F4.5S) を用いた。

電線周囲のコロナ光輝度分布を調べるためにその光像を UV レンズにより受光面上に写し、マイクロメータ付きステージ上に、スリット (z 方向幅 1/100 mm, x 方向長さ 5 mm) と光電子増倍管 (PM、浜松ホトニクス R446) を一体化した受光部を置き、それを光軸 (y 軸) に対して垂直 (z 軸) に移動して輝度分布を測定した。

放電光のスペクトル分布は分光器 (日本分光 CT-10) を用いて測定した。その出力は PM で検出し、XY リコーダで記録した。

一方、PM の代わりに静止カメラを同じ位置に置き、露光時間をパラメータにしてコロナ放電光像をフィルム上に記録した。また、ストリートカメラ (浜松ホトニクス C-2830) を用いてストリート光像を写真記録した。これらの記録に用いたフィルムはコダック社の T-MAX-P3200 である。これらの写真フィルム上に記録した光像の画像処理に用いたシステムを図 2 に示す。

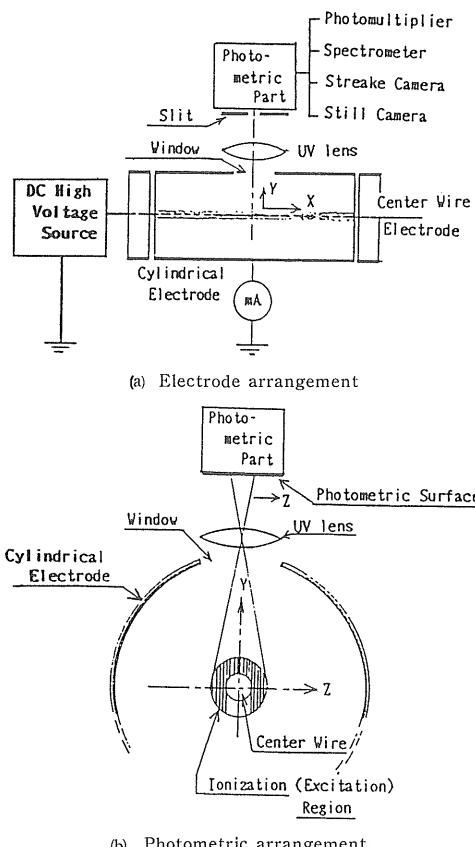


図 1 実験装置

Fig. 1 Experimental apparatus.

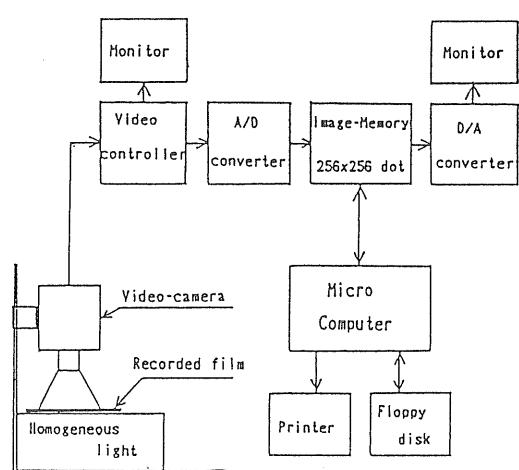


図 2 画像処理システム

Fig. 2 Block diagram of image processing system.

これらの記録フィルムは蛍光灯と乳色拡散板を用いた均一輝度光源上に置き、その透過光を高精度撮像装置 (浜松ホトニクス C-1000) に取り込み、その映像信号出

力を A/D 変換して画像メモリに記録した。この画像メモリは 1 画面 256×256 ドットで、1 画素の濃度分解能は 64 階調である。この記録した光像のディジタル輝度データは D/A 変換器を通してモニタテレビで確認できる。このデータはフロッピーディスクに記録保存し、オフラインで種々の画像処理を施した。なお、濃度の階調は、放電光像から離れた発光源のない部分 4 点の平均階調を基準として表示した。

3. 実験結果

3.1 輝度分布および波長スペクトル分布測定結果

図 1(b) に示すような y 方向から眺めたコロナ光輝度の z 方向分布を PM により測定した。その測定例（電線単位長さ当たりコロナ電流 $0.1, 0.4, 0.9 \text{ mA/m}$ ）を図 3 に示す。この中央部の低レベル輝度部分は、電線により背後（図 1(b) の電線下側）のコロナ光が遮光されることにより生じたものである。中央部分の輝度レベルとコロナ電流との関係を抽出すると図 4 のようになり、コロナ光輝度とコロナ電流とはほぼ比例して変化する特性が見出された。分光器による正コロナ光のスペクトル測定結果（コロナ電流 1.28 mA/m ）を図 5 に示す。このスペクトル強度分布は、分光器の透過感度および PM 感度の波長による変化を補正して表示している。この場合、 $300\sim400$ と $600\sim800 \text{ nm}$ に顕著な線スペクトル群が見られる。

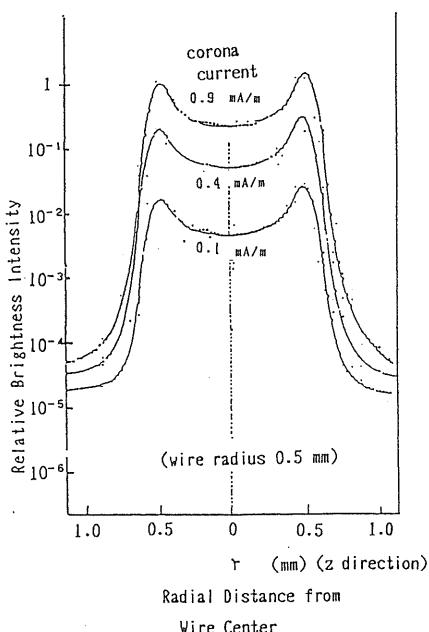


図 3 正コロナ光輝度分布

Fig. 3 Brightness distribution of DC positive corona luminosity.

この分布は、長ギャップの棒～平板電極系気中インパルス放電におけるリーダコロナ部分とリーダチャンネル部分の合成スペクトル分布¹⁰⁾に類似している。

図 5(a) の線スペクトル群より主要な 5 組の線スペクトルを選び、コロナ電流の変化に対するそれらの強度変化を求める図 5(b) のようになった。いずれのスペクトル

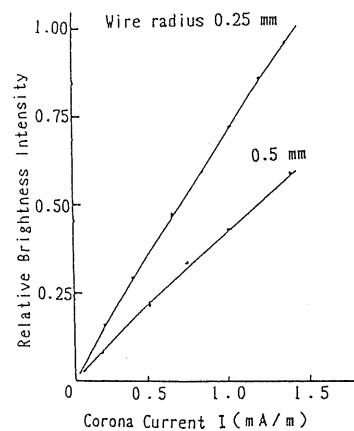
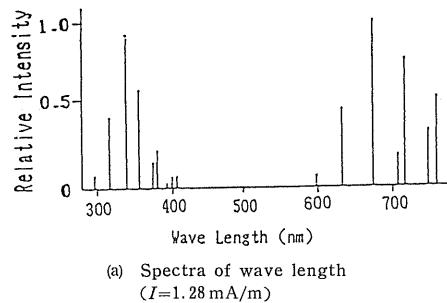
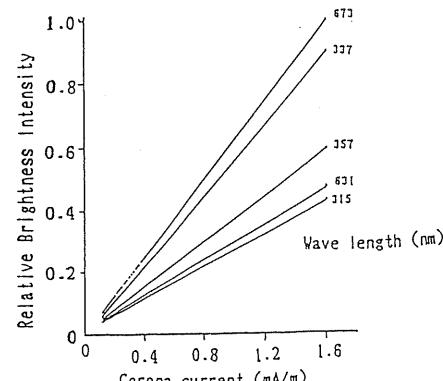


図 4 コロナ光輝度対コロナ電流

Fig. 4 Brightness of corona luminosity versus corona discharge current.



(a) Spectra of wave length
($I=1.28 \text{ mA/m}$)



(b) Intensity of line spectra.

図 5 正コロナ光スペクトル

Fig. 5 Spectra of positive corona luminosity.

強度もコロナ電流に比例して直線的に変化している。

3.2 フィルム上濃度分布の画像処理結果

図6に正コロナ光の静止カメラによる撮影結果と、そのフィルム上の濃度分布から、図2の画像処理システムを用いて導いた電線軸に直角(z軸)方向の輝度階調B分布例を示す。これは図3のPMによる測定結果と同種の分布図であるが、縦軸は前者が対数目盛であるのに對し、この図は輝度階調を平等目盛で表示している。図7に静止カメラを用いて測定したコロナ電流の変化に対する電線中央部の輝度階調変化を対数目盛で示す。これらは、同一条件で撮影し、増感現象(等価ISO感度25000)処理した4本のフィルムの平均輝度階調値を示している。これらの測定値のばらつきは±5%の範囲内にあった。なお、図中のパラメータはカメラのシャッタ時間と表示する。

コロナ電流の大きい部分で見られる各飽和特性曲線部分は、用いたフィルムの感光特性に基づくものであり、飽和開始点はフィルム現像処理方法により影響を受ける。

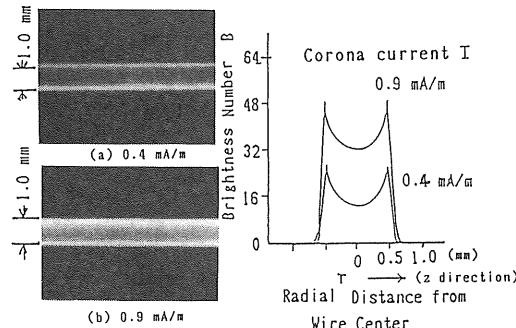


図6 コロナ光写真と画像処理結果

Fig. 6 Photograph of corona luminosity and image processing results.

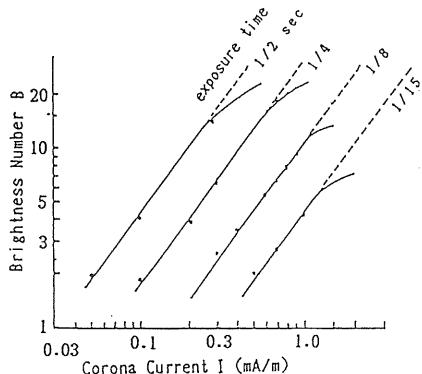


図7 輝度階調対コロナ電流特性(静止カメラ)

Fig. 7 Brightness number versus corona current characteristics (still camera).

このグラフからわかるように、直線特性領域における輝度階調Bとコロナ電流Iとの関係は次式で表示することができます。

$$B = K_b \cdot I^a \quad (1)$$

ただし、 K_b は露光時間、光学系の感度、フィルム感度などを含む係数であり、 a はコロナ電流に対する輝度階調変化の勾配を示す値である。この a の値は、ここでは平均1.2であった。図7から求めた係数 K_b と露光時間の関係を図8に示す。これよりフィルム面の濃度には照射光の時間積分効果のあることが明確に見られる。この直線の傾斜は1.17であり、この積分効果はやや過剰

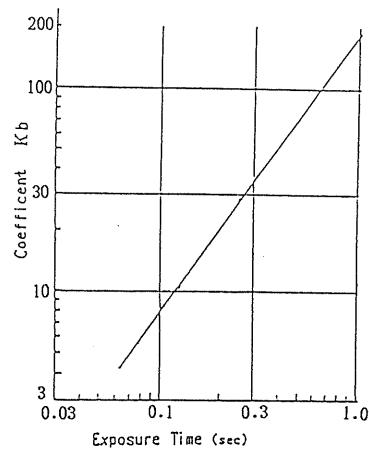


図8 係数 K_b 対露光時間(静止カメラ)

Fig. 8 Coefficient K_b versus exposure time (still camera).

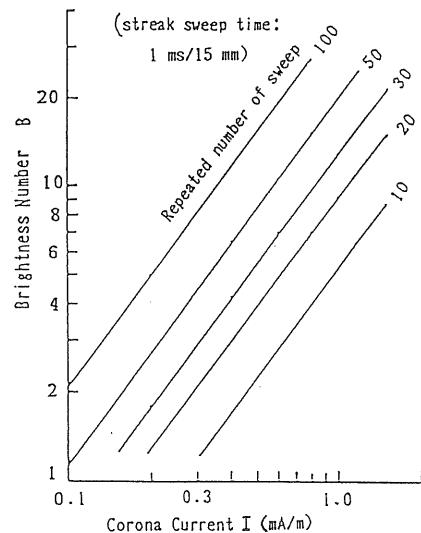
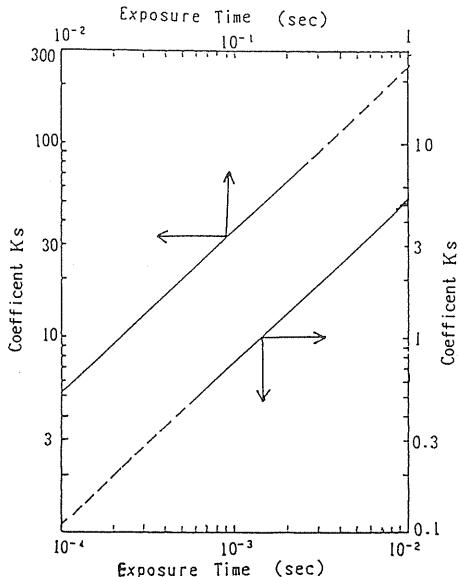


図9 輝度階調対コロナ電流特性(ストリーケンカメラ)

Fig. 9 Brightness number versus corona current characteristics (streak camera).

図 10 係数 K_s 対等価露光時間 (ストリーカークカメラ)Fig. 10 Coefficient K_s versus equivalent exposure time (streak camera).

に表れている。この点については、今後フィルムの感度特性を詳細に調べて検討する必要がある。

図 9 にストリーカーク管による測定結果から導いたコロナ電流対輝度階調変化特性を示す。この場合、ストリーカーク管の掃引時間は $1\text{ ms}/15\text{ mm}$ 一定とし、フィルム上に記録されるコロナ光像が、静止カメラの場合と同程度の輝度階調が得られるよう、繰り返し掃引で重ね撮りした回数をパラメータにして測定したものである。これららの光像は静止カメラの場合と同様の方法で処理した。これから得られた輝度階調 B とコロナ電流値との関係は(1)式と同様な (K_b を K_s に置き換えた) 式で表示でき、勾配 a も 1.2 であった。この場合の B と I を結び付ける定数 K_s と、露光繰り返し回数を時間換算した等価露光時間の関係を実験結果から導いた。その結果を図 10 に示す。

4. 光子発生密度の試算

同軸円筒電極系における正バーストバルスコロナ放電領域のコロナ光は電線軸 x 方向にはほぼ均一に分布するため、理論的取り扱いが比較的容易で古くから研究されており¹¹⁾、光学系による測定結果と計算結果との定量的対応付けも試みられている⁹⁾。

同軸円筒電極系において、電極間の空間を中心電極表面から半径方向 ($y-z$ 面) に電離領域と伝導領域とに分け、この境界円筒面は実効電離係数 $\alpha^* = \alpha - \eta$ (α : 衝突電離係数、 η : 電子付着係数) が零となる点とした¹¹⁾。

この場合、電離領域においては電界強度を E_1 、正イオン電荷密度を ρ_1 、その移動度を μ_1 とし、 $X = rE_1$ 、 $Y = \mu_1 \rho_1 X$ とおくと次式が成立する⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} dX/dr &= (r/\epsilon_0) \{ (1 + \mu_1/\mu_e) Y / (\mu_1 X) \\ &\quad - I / (2\pi\mu_e X) \} \\ dY/dr &= \alpha^* (I/2\pi - Y) \\ n_e &= \{ I(2\pi X) - Y/X \} / (e\mu_e) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 μ_e : 電子の移動度、 ρ_e : 電子の空間電荷密度、 ϵ_0 : 真空中的誘電率、 r : 電線中心からの半径方向距離、 I : 電線軸方向単位長当たりのコロナ放電電流密度、 n_e : 電子数密度、 e : 単位電荷量

伝導域では Uhlmann¹²⁾ の方法より

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \sqrt{BIr^2 + C/r} \\ \rho_1 &= \epsilon_0 \sqrt{BI} / \sqrt{r^2 + C/BI} \\ C &= (r_0 E_0)^2 - BIr_0^2 \\ B &= 1 / (2\pi\epsilon_0\mu_1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 C : 積分定数、 E_c : 伝導領域の電界強度、 r_0, E_0 : 電離領域境界円筒面の半径および電界強度

(2), (3) 式より E_1, E_c, n_e, ρ_1 の r 方向分布を求め、さらに、電界強度 E_1 と励起係数 δ との関係¹³⁾を用いて光子発生密度を試算した。そのフローチャートを図 11 に示す。まず電線表面電界値 E_s を仮定し、Runge-Kutta 法により電線表面から微小距離 dr 刻みに半径を増大して α^* が零になる点まで計算を続ける。次いでこの電離領域境界円筒面の半径 r_0 およびその電界 E_0 の値を用いて外円筒電極面まで (イオン伝導域) の計算を行う。その結果より、電離領域から伝導領域にわたる電界値を半径方向に積分し、それが印加電圧値 V に等しいかどうかを調べる。もし、両者の値が異なる場合は、電線表面の設定電界値 E_s を修正し、同様な計算を両者が一致するまで繰り返す。

この計算によって収束した電離領域内の電界強度 E_1 分布と電子数密度 n_e 分布を用い、これと E_1 の関数としての電子移動速度 v_e ¹³⁾ とその励起係数 δ との積より光子発生密度分布を試算した。

この計算に使用した $\alpha^*, v_e, \delta, \mu_1$ の値を示す近似式は付録に示す。

図 12(a)(b) に、使用電線半径 0.25 および 0.5 mm の場合における光子発生密度の半径方向分布計算結果を示す。

PM による輝度分布測定結果や、画像処理によって得られた輝度階調分布の結果などと対応付けるため、図 12(a) の発生光子密度を r 方向 (y 方向) に積分して、光子発生率 N_{ph} ($1/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) を求めた。この結果の z 軸方向分布をコロナ電流 I をパラメータにして図 13 に示す。

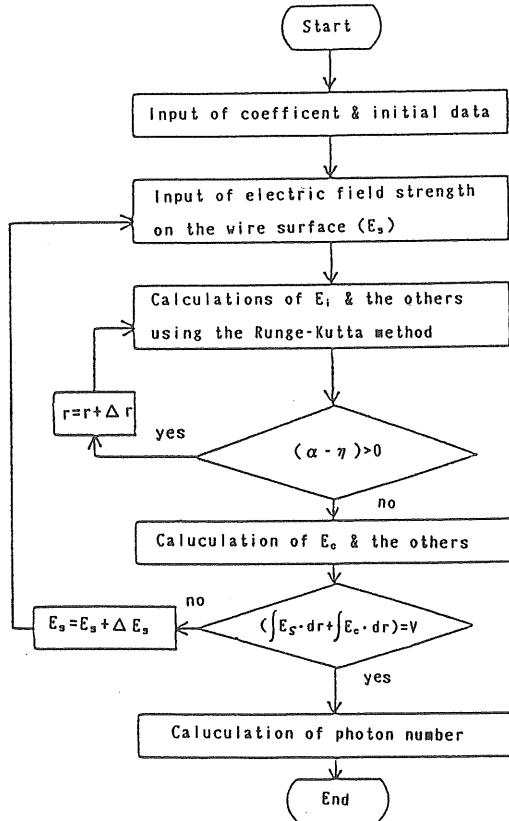


図 11 光子発生密度計算のフローチャート
Fig. 11 Flow-chart of the calculation of emitted photon density.

5. 測定結果から試算した光子発生率

図 1 の測定系において PM に入射する光子数は、スリット面に投影した電線コロナ光像のうち、スリットを通過した光子数であり、その単位時間当たりの入射光子数 n (1/s) と PM の出力電流 (V_p/R_L) との関係は、次式で表示できると考えられる。

$$V_p/R_L = n(S_k \beta)(hC_0/\lambda) \quad (4)$$

ただし、 V_p : PM の出力電圧、 R_L : PM の出力負荷抵抗、 S_k : PM の陰極放射感度、 β : 有効電子増倍率、 h : プランクの定数、 C_0 : 光速、 λ : 波長、(ここで使用した R-466 型 PM では、 $\lambda=185\sim870\text{ nm}$ において $S_k=0.04\text{ (A/W)}$ 、印加電圧 800 V において $\beta=10^6$ である。)

この関係式を用いて、観測した V 値から n 値を求め、スリット面積 ($l_1 \cdot l_2$)、レンズの透過率 (γ) および拡大率 (M)、発光部とレンズ口径を結ぶ立体角 (ω) の諸値を用いて、次式で換算することにより、電線上放電発光部の光子発生率 N_{ph} ($1/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) を導出することができる。

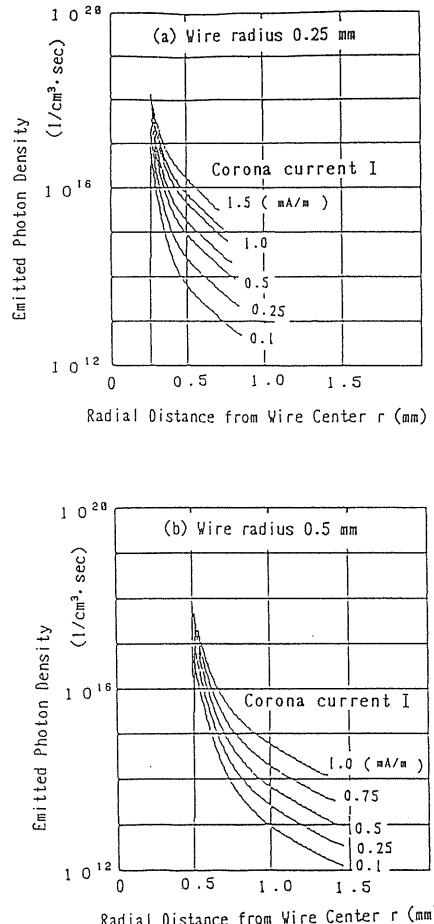


図 12 電離領域における発生光子密度分布
Fig. 12 Distribution of emitted photon density in ionization region.

$$N_{ph} = n / ((l_1 \cdot l_2 / M) (4\pi/\omega) \gamma) \quad (5)$$

ただし、 l_1, l_2 はスリットの縦、横の長さである。この(5)式を用いて PM 測定値 V_p から導出した N_{ph} の値を図 14 に示す。また、図 13 より得られた電線中央位置における N_{ph} の計算値も図 14 に同時に示した。この光子発生率 N_{ph} のコロナ電流に対する変化特性は、(1)式に類似した次式で表すことができる。

$$N_{ph} = K_n \cdot I^b \quad (6)$$

K_n : 定数、 I : コロナ電流密度、 b : 勾配

この K_n および b 値は計算値から導出した直線では $2.45 \times 10^{15}, 1.18$ 、測定値から導出した直線では $1.75 \times 10^{15}, 1.01$ となった。この後者の値は、いずれも前者の値よりもやや小さい。これはレンズの周辺効果や周囲空気中における光子の吸収効果などを無視していることに基づくものと推定されるが、その詳細についてはさらに検討が必要と思われる。

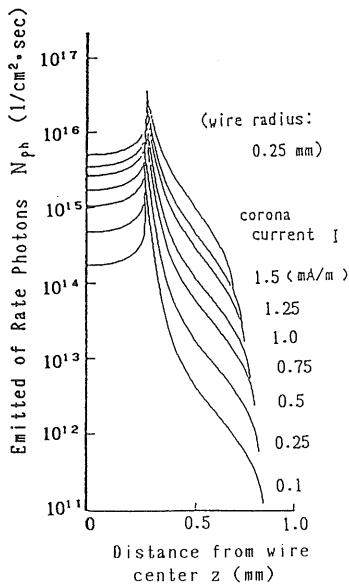


図 13 光子発生率分布

Fig. 13 Distribution of emitted rate of photons along z axis direction.

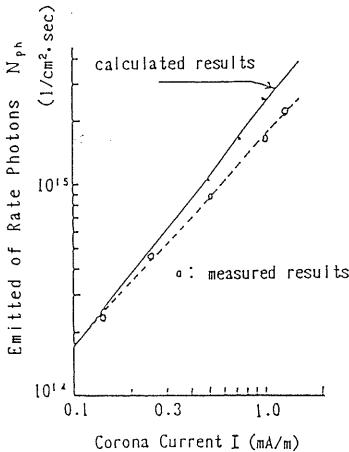
図 14 $r=0$ 点の光子発生率 (計算値と測定値)

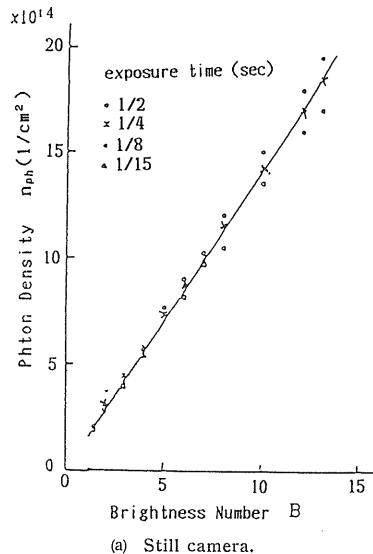
Fig. 14 Calculated and measured results of emitted photons rate.

図 14 の N_{ph} 対 I 特性のうち、図 7、図 9 の結果との対応から、勾配が 1.2 に近い上記計算値の特性を用いて、コロナ電流 I 値を媒介として、図 7、図 9 の B 値と N_{ph} 値とを対応づけることができる。その結果を用いて、静止カメラの露光時間 t や、ストリーカカメラの繰り返し露光回数と掃引速度から導いた等価露光時間 t などより、 $N_{ph} \cdot t = n_{ph}$ ($1/\text{cm}^2$) を露光時間 t の間の入射光子密度として、 B 値と n_{ph} の関係を導いた。この結果を図示すると図 15 のようになった。これより B, n_{ph} 両者

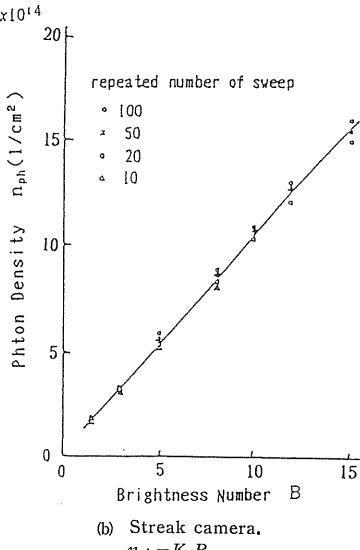
の関係は次式で表示できる。

$$n_{ph} = K_c \cdot B \quad (7)$$

この比例係数 K_c の値は、静止カメラ(a)の場合では 1.43、ストリーカカメラ(b)の場合では 1.07 となった。この定数 K_c はレンズの波長透過率や倍率、ストリーカ管受光面の光子から電子への変換係数の波長特性と入射光子の波長スペクトル分布特性との相対的関係や、内蔵されているマルチチャンネルプレートの利得設定値、受光面の特性などに影響を受ける複雑な値である。しかし、測定しようとする放電光に類似したスペクトル分布



(a) Still camera.



(b) Streak camera.

$$n_{ph} = K_c B$$

図 15 光子発生数対輝度階調

Fig. 15 Relationship between brightness number and photons number per unit area.

を持つ適切な較正用光源が得られれば、これを用いて測光システムやフィルムの現象処理効果を含めたブラックボックスへの入射光子数と、ボックスの出力としてのフィルムから導出した輝度階調 B 値との関係を示す較正曲線を導出することができる。従って、その測光システムにより記録した放電光の定量化が可能になるといえる。

なお、ここで得られた光子発生率 N_{ph} は $1.70 \times 10^{14} \sim 3.9 \times 10^{15} (1/(cm^2 \cdot s))$ であったが、より強力な放電光を捕らえるためには、UV レンズ用 ND フィルタの併用や、ストリーラーカメラの MCP 利得設定値の低下による方法などを用いればよいと考えられる。

6. む す び

気中放電光を撮影した記録フィルム上の濃度分布に画像処理を施して、その光像の定量的輝度解析を行ったためには使用した測定系の較正が必要になる。その較正用光源としての使用可能性を調べるために、同軸円筒電極系の直流正コロナ放電の電圧～電流特性および発光特性の測定を行い、また光子発生数の試算を行って両者を比較検討した。その結果をまとめると次のようになる。

1) 正コロナ光は無パルス領域において、安定な発光を示し、その輝度レベルはコロナ電流に比例することを見出した。また、その波長スペクトルは長ギャップインパルス放電におけるリーダーチャンネル部分とコロナ部分の発光の合成スペクトルに類似した分布を示すことを見出した。

2) 同軸円筒電極の電圧～電流特性測定結果より、電線表面近傍の電離現象を放電物理定数を用いて試算し、得られた電界強度分布、電子数密度分布などより、気中ににおける励起係数その他を用いて単位時間当たりの光子発生率を試算した。一方光電子増倍管を用いた測定結果より求めた光子発生率と、電圧～電流特性から試算した結果とを比較した結果、両者はほぼ一致することを確かめた。

3) 静止カメラやストリーラーカメラで記録したフィルム面上の正コロナ光像から、画像処理によって得られた輝度階調と、理論的に試算した光子発生率を比較検討した結果、両者の対応付けが可能であることを見出した。したがって、インパルス放電などの短時間で終了する放電光像の記録データから、画像処理により定量的で有効なデータを引き出すための較正用光源として、この小型同軸円筒電極系の直流正コロナ放電光が使用できる可能性があるといえる。

ここで用いた光子発生率の計算過程には幾つかの仮定が含まれているため、より確実な較正用光源として取り扱うために、今後さらに詳細な定量的検討を進めていきたい。

最後に本研究に御協力いただいた神戸大学工学部の中本技官および学生諸氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 荒井健次、市川 啓、中本 聰、許 国祥、北川正之：静電気学会講演論文集 '88, 7P-A8 (1988) 87
- 2) 荒井健次、許 国祥、杉本 修：電気学会論文誌、A109 (1989) 103
- 3) 許 国祥、荒井健次、福田欣也：電気学会放電研究会、ED 89-31 (1989)
- 4) 増田慎一、水野 彰：静電気学会誌、2 (1978) 114
- 5) 常安 暢、赤崎正則：静電気学会誌、3 (1979) 307
- 6) 遠藤正雄、高橋雄造、渡辺真人：静電気学会誌、10 (1986) 45
- 7) 宮原一典、荒井健次、藤岡伸宏：電気関係学会関西支部連合大会、G1-32 (1987)
- 8) 宮原一典、藤岡伸宏、荒井健次：電気学会放電研究会、ED-88-18 (1988)
- 9) Y. Takahashi, M. Yoshida, Y. Anma, S. Kobayashi and M. Endo : J. Phys. D : Appl. Phys., 15 (1982) 639
- 10) Les Renardieres Groupe : Electra, No. 23, July (1974)
- 11) 佐藤芳夫：電気学会雑誌、53 (1933) 188
- 12) E. Uhlmann : Archiv für Elektrotechnik, 23 (1929) 323
- 13) S. Badaloni and I. Gallimberti : Basic Data of Air Discharge, University of Padova Report Upree, 72/05 (1972)
- 14) M.P. Sarma and W. Janischewskyj : Proc. IEEE, 116 (1969) 161

付 錄

計算に使用した各種物理定数の表示式を以下に示す。

a) 気中の励起定数（文献 13 より）

$$\delta/p = 9.294 - 464.8/(E/p) - 8.05 \times 10^3/(E/p)^2 + 1.79 \times 10^6/(E/p)^3 - 7.266 \times 10^7/(E/p)^4 + 9.541 \times 10^8/(E/p)^5 \quad (1/cm \cdot Torr)$$

b) 実効電離係数（文献 14 より）

$$E/p \leq 60 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr} \text{ のとき}$$

$$\alpha^*/p = 4.78 \exp(-221p/E) - 0.01298 + 0.541 \times 10^{-3}(E/p) - 0.87 \times 10^{-3}(E/p)^2$$

$$E/p \geq 60 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr} \text{ のとき}$$

$$\alpha^*/p = 9.86 \exp(-264.2p/E) \quad [1/cm \cdot \text{Torr}]$$

c) 電子の移動速度（文献 13 より）

$$E/p \leq 100 \text{ (V/cm} \cdot \text{Torr)} \text{ のとき}$$

$$V_e = 1.0 \times 10^6 (E/p)^{0.715} \quad [\text{cm/s}]$$

$$E/p \geq 100 \text{ のとき}$$

$$V_e = 1.55 \times 10^6 (E/p)^{0.62} \quad [\text{cm/s}]$$

d) 正イオンの移動度

$$\mu_1 = 1.8 \text{ (cm}^2/\text{V} \cdot \text{s)}$$

ただし、 p : 気圧 (Torr), E : 電界 (V/cm)