

## 論 文

## イオン計の動作特性の計算

藤岡伸宏\*, 橋本長\*\*, 白津哲哉\*\*\*, 角田美弘\*

(1986年6月7日受理)

## Calculations of the Specific Character of a Coaxial Ion-Counter

N. FUJIOKA,\* H. HASHIMOTO,\*\* T. SHIRATSU\*\*\* and Y. TSUNODA\*

(Received June 7, 1986)

This paper describes calculated results of the specific character of a coaxial ion-counter. Static potential distribution around the entrance of the ion-counter was calculated with the charge simulation method. Using the results, the ion trajectory and the ion capture ratio were calculated in the static fields. Effects of the space charge density of the ion flow were calculated with the improved calculation method, which was named the upstream finite difference method. In the method, the unknown charge density was decided only by the value of an upper ion stream, and a temporal boundary value was renewed by a value near the fixed boundary. On the basis of these results of potential and charge density distributions, the ion trajectory and the ion capture ratio of the ion-counter were calculated for various inflow charge densities and ion mobilities.

## 1. まえがき

イオン計は、大気中の微量なイオンの測定に古くから使用されているが<sup>1-3)</sup>、最近ではコロナ放電で発生した比較的高密度のイオン流場、たとえば直流架空送電線周辺地域<sup>4)</sup>や高電圧実験室<sup>5)</sup>の電荷密度に使用されていいる。しかしコロナ放電で生じたイオンは、自然大気中に存在するイオンに比べて、イオンの電荷密度と移動度に関する組成が大きく異なるので、電荷密度と移動度を変化させた場合のイオン計の特性を明確に把握することが重要であると考えられる。

イオン計におけるイオンの軌跡は風と電界の影響を受ける。このような風の影響がある場合の定常イオン流場の電位・電荷密度を計算する方法の一つに上流有限要素

法がある<sup>6-8)</sup>。この計算法は汎用性のある方法であるが、計算機のプログラムが複雑であるという難点がある。一方、従来から用いられている差分法はプログラムが簡単であるが、イオン流のおおよその方向が判明している場合の計算にしか適用できない。したがって、風の影響があり、また電極構造がやや複雑なイオン計に関する空間電荷電界の効果を、従来の差分法で計算することは困難である。

そこで、計算領域の微小要素においてイオンの上流側を判別しながら電荷密度の計算を進めるように差分法のプログラムを改良し<sup>9)</sup>、この上流差分法を用いて流入イオンの電荷密度と移動度を変化させた場合のイオン計の捕集特性を計算した。この捕集率を用いると測定イオンの移動度に関する組成の推定が可能となる。

この計算法はプログラムが簡単であるので、電気集塵器の特性解析などに手軽に応用できると考えられる。

## 2. 電極端部の静電界計算

図1に、試作した同軸円筒型イオン計の形状を示す。このイオン計では、同図の左側からイオンを含む空気を軸方向に流入させ、電極②と大地間に直流電圧を印加して、電極①に流入するイオンをコネクタ⑥と大地間に挿入した高感度電流計で測定する。なお本論文では、電極①を集電極、電極②を課電極、③をガード電極と記述した。集電極と課電極を機械的に支持し、同時に電極間を電気的に絶縁するために、3mm角のテフロン製スペー

\* 神戸大学 工学部 電気工学科 (657 神戸市灘区六甲台町1-1)

Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Kobe University, 1-1, Rokkodai-cho, Kobe, 657 Japan

\*\* 大日本電線株式会社研究開発本部電子通信研究部 (664 伊丹市池尻4-3)

Electronics & Communication R & D Department, R & D Division, Dainichi-Nippon Cables, Ltd., 3, Ikejiri 4-chome, Itami, 664 Japan

\*\*\* 古野電気株式会社研究技術部第2開発課 (662 西宮市芦原町9-52)

Electric Design Department, Radar Section, Furuno Electric Company, 9-52, Ashihara-cho, Nishinomiya, 662 Japan

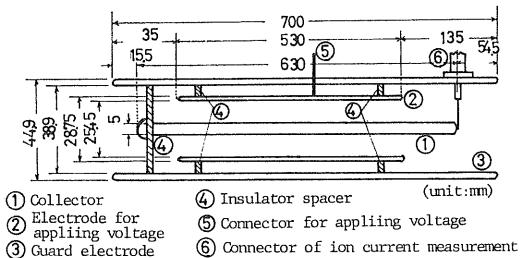


図1 同軸円筒型イオン計

Fig. 1 Cross sectional view of coaxial cylinder ion-counter.

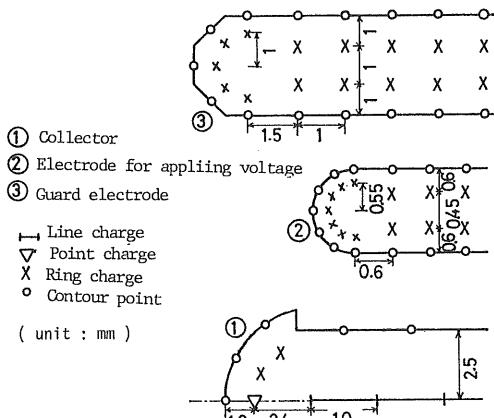


図2 仮想電荷の配置

Fig. 2 Arrangement of image charge.

サ④を使用した。

電荷重畠法で静電界を計算するに際し、イオン計は接地面に対して垂直で、その吸入口は接地面から 1.08 m に位置するとし、また各電極を支持している絶縁物スペーサやリード線を無視した。

図2に、各電極内の仮想電荷の配置を示す。円筒状のガード電極と課電極の内・外両面の電界を精度よく計算するために、両電極内に二重のリング電荷を配置した。

イオン計の印加電圧が 100 V の場合の計算結果を図3に示す。(a)の電位分布の計算結果は、課電極の端から約 10 mm 以上イオン計の内部にはいると、その電位分布は同軸円筒状電極系の電位分布と差異がないことを示している。(b)は電気力線の形状であり、課電極端部からガード電極に向かう電気力線が多く存在することがわかる。ただし電気力線の数を省略してプロットしているので、その数密度は物理的な意味をもたない。

次にイオン計におけるイオンの軌跡の計算について述べる。イオン計に流入させたイオンは、ドリフト速度と風速の合成速度で運動する。風速は厳密には半径方向の距離の関数となる分布を有するが、ここでは半径方向の

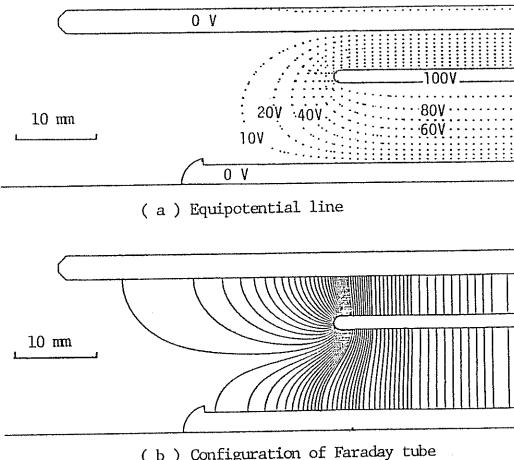


図3 静電界の計算結果

Fig. 3 Calculated results of the static field.

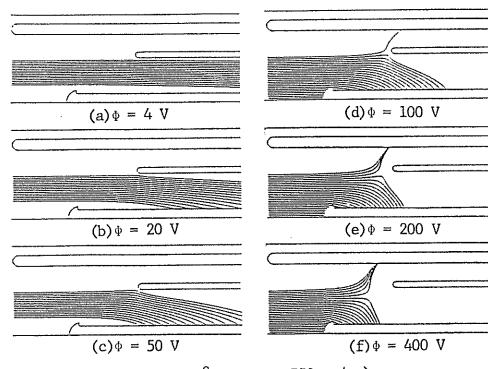


図4 課電圧によるイオンの軌跡変化

Fig. 4 Ion trajectories for different applied voltages.

距離に無関係で一様であると仮定して説明する。

この仮定の近似度については次章で記述する。

微小時間  $\Delta t$  のイオンの半径方向と軸方向の微小変位は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta r &= k(\partial\phi/\partial r)\Delta t \\ \Delta z &= (k(\partial\phi/\partial z) + u)\Delta t \end{aligned} \quad \} \quad (1)$$

ここで  $k$  はイオンの移動度、 $\partial\phi/\partial r$  と  $\partial\phi/\partial z$  は半径方向と軸方向成分の電界、 $u$  は風速である。具体的な計算では、 $u = 0.75 \text{ m/s}$  とし、イオンの微小変位が  $0.3 \text{ mm}$  以下となるように  $\Delta t$  を選んだ。

図4に、 $k = 40 \text{ mm}^2/\text{Vs}$  のイオンについて、イオン計の課電圧  $\phi$  を変化させた場合のイオンの軌跡を示す。ただし図では課電極の内径以内の気流に含まれるイオンの軌跡のみを示している。 $\phi$  が  $50V$  以下の(a), (b)と(c)では電極端部効果による電界が小さいので、課電

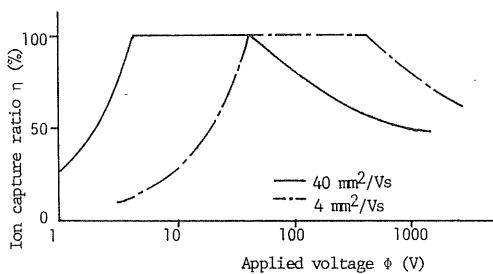


図5 静電界中のイオン捕集率特性

Fig. 5 Characteristics of ion capture ratio in the static field.

極と集電極の間の空間までイオンは軸方向にはほぼ平行に流入し、 $\phi$ を増加させると両電極間でイオンは集電極に早く流入する。 $\phi=100\text{ V}$ 以上の(d), (e)と(f)では電極端部効果による電界が大きいので、課電極の端の位置にいたる前にガード電極または集電極にイオンが流入する現象が生じ、 $\phi$ を増加させるとこの現象はいっそう顕著となる。

このイオン計を用いる場合、課電極の内径以内の気流に含まれるイオンが測定対象となる。そこで測定対象の全イオンに対して集電極に流入するイオンの比率をイオンの捕集率 $\eta$ とすると、 $\eta$ のパーセント表示式は次式となる。

$$\eta = (R_1/R_2)^2 \cdot 100 \quad (2)$$

ここで $R_1$ は集電極に流入するイオンの最大半径方向距離、 $R_2$ は課電極の内側半径である。

図5に、 $k$ が4と $40\text{ mm}^2/\text{Vs}$ のイオンについて、 $\phi$ を変化させた場合の $\eta$ の計算例を示す。 $k=40\text{ mm}^2/\text{Vs}$ の計算結果において、 $\phi$ を増加させると、イオン計の内部において有限長の集電極に流入するイオンが増加するために $\eta$ は大きくなる。この傾向は $\phi=4.3\text{ V}$ まで続き、そして $\phi$ が $4.3\text{ V}$ から $43\text{ V}$ の間では $\eta=100\%$ で一定となり、測定対象のイオンはすべて集電極に流入する。ところが $\phi$ を $43\text{ V}$ 以上に増加させると、図4の(d), (e)と(f)に示したように、イオン計の電極端部効果による電界が大きくなり、 $\phi$ の増加とともにガード電極に流入するイオンが増加するために $\eta$ が減少する。 $k=4\text{ mm}^2/\text{Vs}$ の $\eta$ - $\phi$ 特性は、 $k=40\text{ mm}^2/\text{Vs}$ の特性を電圧軸に沿って右側に1桁移動させたものとなる。これは(1)式に示すように移動度と静電界の大きさの積が等しい場合に、イオンが同じ軌跡をとるためである。

### 3. 空間電荷による電界変歪効果

#### 3.1 上流差分法による数値計算

定常状態のイオン流場において、再結合現象と拡散現

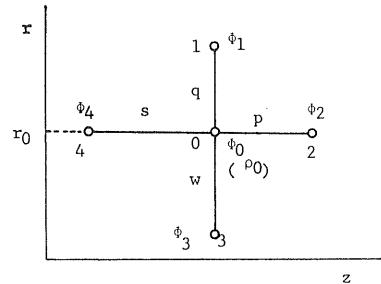


図6 円筒座標系の不等間隔格子

Fig. 6 Asymmetrical star in cylindrical co-ordinates.

象が無視できる場合、次式が成立する。

$$\nabla^2 \phi = -\rho/\epsilon_0 \quad (3)$$

$$\rho \{\rho(-k\nabla\phi + u)\} = 0 \quad (4)$$

ここで $\phi$ は電位、 $\rho$ が電荷密度、 $u$ は風速、 $k$ はイオン移動度、 $\epsilon_0$ は真空の誘電率である。

未知数は $\rho$ と $\phi$ の二つであり、与えられた境界条件のもとに、収束条件を満足するまで(3)と(4)式の数値計算を交互に繰り返し行なえばよい。 $\phi$ の計算には(3)式をティラー級数展開して得られる差分式を用いた。図6に示す円筒座標系の不等間隔格子において、(3)式の差分表示式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 &= \{A\phi_1 + B\phi_2 + C\phi_3 + D\phi_4 + \rho_0/(2\epsilon_0)\}/F \\ A &= \{1+w/(2r_0)\}/\{q(q+w)\} \\ B &= 1/\{p(p+s)\} \\ C &= \{1-q/(2r_0)\}/\{w(q+w)\} \\ D &= 1/\{s(p+s)\} \\ F &= 1/(qw) + 1/(ps) + (w-q)/(2qw r_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

また回転軸上では次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 &= \{A'\phi_1 + B'\phi_2 + D'\phi_4 + \rho_0/(2\epsilon_0)\}/F' \\ A' &= 2/q^2 \\ B' &= 1/\{p(p+s)\} \\ D' &= 1/\{s(p+s)\} \\ F' &= 2/q^2 + 1/(ps) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$\rho$ の計算には(4)式の電流連続の条件を使用した。この計算を安定に進めるためには、イオン流の上流側の値から下流側の値を求めるように計算順序を選ぶ必要がある。またこのようにすれば、計算に必要な境界値の数が少なくてよいという利点も生じる。そこで計算領域の微小要素において、上流側を判別しながら計算を行なうようにプログラムを改良し、この上流差分法を用いてイオン計の吸入口付近の $\rho$ を計算した。

図7に、微小要素のイオンの流れを示す。電流連続の条件から、要素0に流入するイオンの量は要素0から流出するイオンの量に等しいので、次式が成立する。

$$\begin{aligned} &\rho_1 s_1 v_1' + \rho_2 s_2 v_2' + \rho_3 s_3 v_3 + \rho_4 s_4 v_4 \\ &= \rho_0 s_1 v_1 + \rho_0 s_2 v_2 + \rho_0 s_3 v_3 + \rho_0 s_4 v_4 \end{aligned} \quad (7)$$

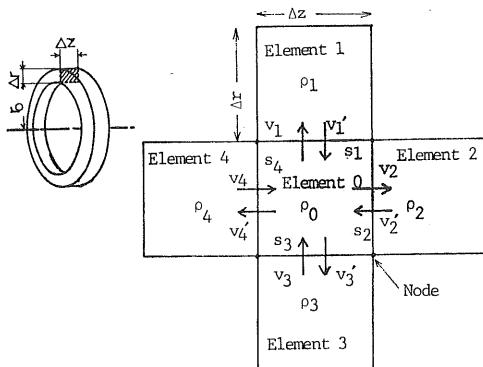


図7 微小要素のイオンの流れ

Fig. 7 Ion flows of small elements.

$$\begin{aligned} \therefore \rho_0 &= (\rho_1 s_1 v_1 + \rho_2 s_2 v_2 + \rho_3 s_3 v_3 + \rho_4 s_4 v_4) / (s_1 v_1 + s_2 v_2 + s_3 v_3 + s_4 v_4) \\ s_1 &= 2\pi(r_0 + \Delta r)\Delta z \\ s_2 = s_4 &= \pi[(r_0 + \Delta r)^2 - r_0^2] \\ s_3 &= 2\pi r_0 \Delta z \end{aligned} \quad \left. \right\} (8)$$

ここで  $\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_4$  は要素 0, 1, ..., 4 の電荷密度,  $s_1, s_2, \dots, s_4$  は要素 0 と隣接要素 1, 2, ..., 4 との境界面の面積,  $v_1, v_1', \dots, v_4'$  は境界面のイオン速度である.

先行する電位計算の結果から、境界面の電界を線形補間して計算し、それによるドリフト速度と風速から、境界面のイオン速度の方向を決定した。そしてプログラム中で、(8)式を変形させて  $\rho$  を計算した。たとえば境界面  $s_1, \dots, s_4$  のイオン速度ベクトルが  $v_1, v_2, v_3, v_4$  なる場合には、要素 0 の電荷密度  $\rho_0$  は次式で計算することになる。

$$\rho_0 = (\rho_3 s_3 v_3 + \rho_4 s_4 v_4) / (s_1 v_1 + s_2 v_2) \quad (9)$$

そして隣接要素の電荷密度の平均値を格子点の電荷密度とし、(5)または(6)式による後続の電位計算に用いた。

次に計算領域の境界条件について述べる。開領域を含むイオン流場の電位・電荷密度を計算する場合、計算領域の中心から適当に離れた位置に仮想境界を設け、仮想境界上では空間電荷による電位がゼロという条件が用いられる。このような取扱いは空間電荷密度が小さいと見なせる位置に仮想境界を設ける場合にのみ有効で、イオンが流入してくる側のイオン計の境界値の取扱いには採用できない。そこで本計算では、仮想境界を計算領域の中心部分からあまり離れない位置に取り、くり返し計算の途中で仮想境界上の境界値を、固定した電位をもつイオン計の電極に近い側の値（ここでは境界から 1 mm 内側の計算値）で更新していく方法を採用した。

図8に、計算領域の境界を示す。電位  $\phi$  の固定境界

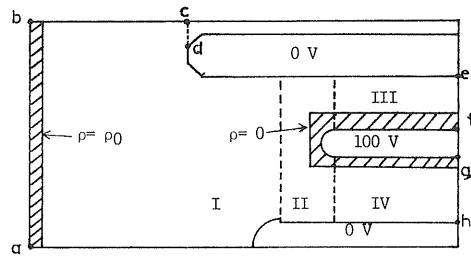


図8 計算領域の境界

Fig. 8 Boundaries of calculation region.

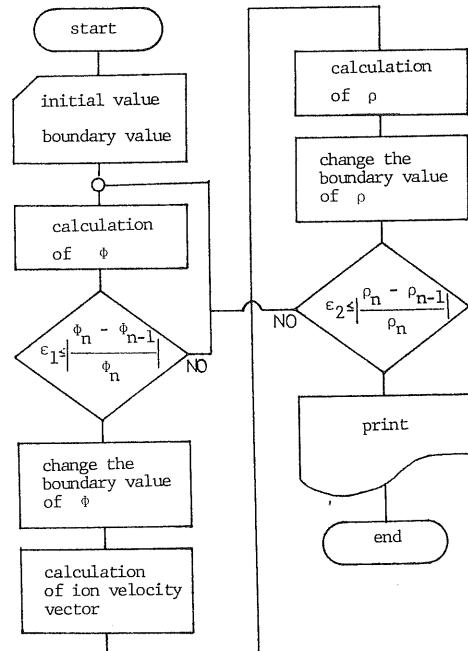


図9 上流差分法のフローチャート

Fig. 9 Flow chart of the upstream finite difference method.

は、イオン計の電極表面および流入イオンの影響が少ない  $ef, gh$  とした。電荷密度  $\rho$  の固定境界は  $ab$  と課電極表面であり、 $ab$  では流入イオンの電荷密度とし、課電極表面ではイオンが反発するために電荷密度をゼロとした。なお  $ab$  は電位に関して仮想境界で、 $bc$  と  $cd$  は電位および電荷密度に関して仮想境界であるとした。

以上の上流差分法による計算法をまとめると、図9に示すようなフローチャートとなる。

### 3.2 風速の半径方向分布を考慮した計算

2章ではイオン計内の風速が半径方向距離に関して一様という仮定のもとにイオンの軌跡を計算したが、ここでは円筒状気流の半径方向の速度分布に関する三崎氏の

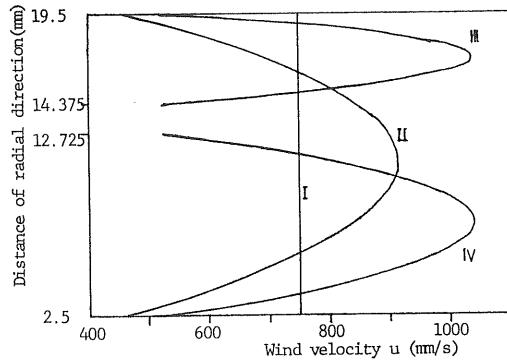
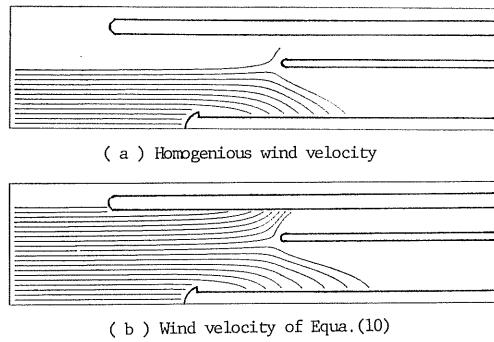


図 10 半径方向距離に関する風速分布

Fig. 10 Wind velocity distributions of radial direction.

図 11 イオン軌跡に及ぼす半径方向の風速分布の影響  
Fig. 11 Effect of wind velocity distribution of radial direction on ion trajectory.

実験式<sup>2)</sup>を用いてイオンの軌跡を計算し、その仮定の近似度を検討した。計算に用いた風速分布の実験式を次に示す。

$$u(r) = 1.2\phi [1 - 2\{r - (r_1 + r_0)/2\}^2 / (r_0 - r_1)^2] / [\pi(r_0^2 - r_1^2)] \quad (10)$$

ここで  $u(r)$  は中心軸から  $r$  の距離の風速、 $\phi$  は空気の流量、 $r_1$  と  $r_0$  は円筒状気流の内側および外側半径である。

計算領域を図 8 に示すように四つの領域に分割し、各領域での風速を図 10 に示すように仮定して計算を行なった。

図 11 に、移動度  $k=40 \text{ mm}^2/\text{Vs}$ 、流入イオンの電荷密度  $\rho_0=1.6 \times 10^{-16} \text{ C/mm}^3$ 、課電圧  $\phi=100 \text{ V}$  とした場合のイオンの軌跡を示す。(a)は全領域で半径方向距離に関して風速が一様、(b)は風速が図 10 に示す分布をもつとした場合の結果である。両者のイオンの軌跡の差はあまり顕著でないが、イオン計の捕集率  $\eta$  を計算す

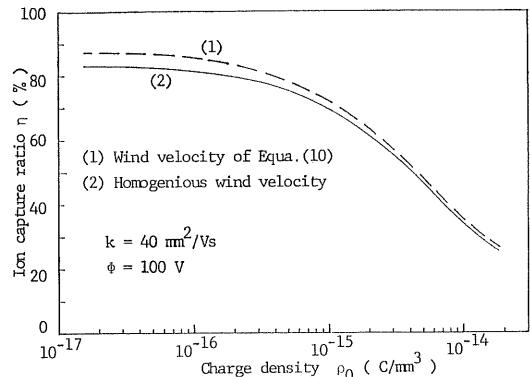


図 12 イオン捕集率に及ぼす半径方向の風速分布の影響

Fig. 12 Effect of wind velocity distribution of radial direction on ion capture ratio.

ば、その差異が明確になる。

$\phi=100 \text{ V}$  で、 $k=40 \text{ mm}^2/\text{Vs}$  の  $\rho_0$  を変化させた場合の  $\eta$  を図 12 に示す。風速の半径方向分布を考慮した場合の  $\eta$  は、風速が半径方向に一様とした場合の  $\eta$  より大きいが、その差は  $\rho_0$  が小さいときに約 5%、 $\rho_0$  が大きい場合にはその差はほとんどない。したがって、イオン計内の風速が半径方向の距離に無関係に一様であるという仮定は、 $\eta$  の計算結果にあまり大きな影響を及ぼさないといえる。

### 3.3 流入イオンの電荷密度と移動度の影響

$\phi=100 \text{ V}$  とし、 $k=40 \text{ mm}^2/\text{Vs}$  の流入イオンの電荷密度  $\rho_0$  を変化させた場合の電位分布の計算結果を図 13 に示す。(a)の静電位分布と比べると、 $\rho_0=1.0 \times 10^{-17} \text{ C/mm}^3$  では空間電荷の影響が無視できるが、(b)の  $\rho_0=1.6 \times 10^{-16} \text{ C/mm}^3$  からその影響が現われはじめ、さらに  $\rho_0$  を増加させると(c)、(d)に示すようにイオン計の内部の電位分布に空間電荷による電位が影響するという結果が得られた。

図 14 は、流入イオンの電荷密度  $\rho_0$  を増加させた場合の電荷密度分布を、初期流入電荷密度を 100 として示したものである。 $\rho_0$  を増加させると、イオン計の内部にイオンは流入しにくくなる。

たとえば同図の(b)と(c)において、ガード電極の端からイオン計の内部方向に約 10 mm 入った位置の電荷密度は、それぞれ初期電荷密度の 80% と 40% に減少している。

図 15 は、図 14 に対応する場合のイオンの軌跡である。 $\rho_0$  を増加させると、空間電荷による電位が増加し、その電界で接地電位をもつガード電極に流入するイオンが増加することが明確にわかる。イオンの軌跡は、その移動度  $k$  を変化させた場合にも変わる。そこで  $\phi=100$

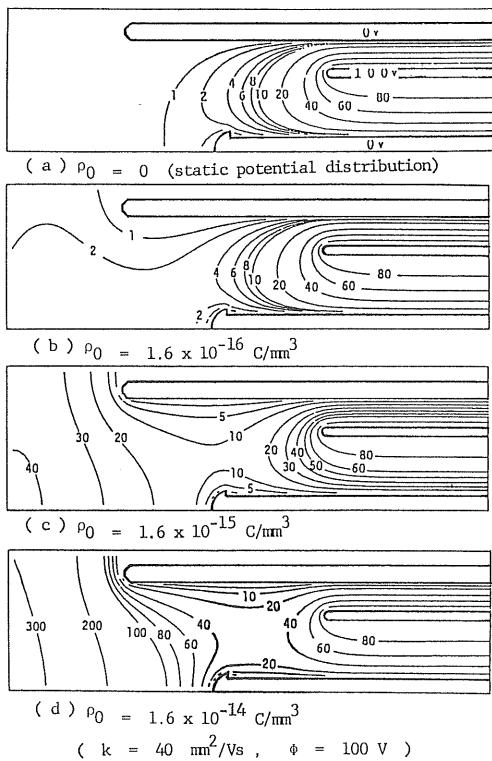


図 13 流入電荷密度による電位分布の変化

Fig. 13 Potential distributions for different inflow charge densities.

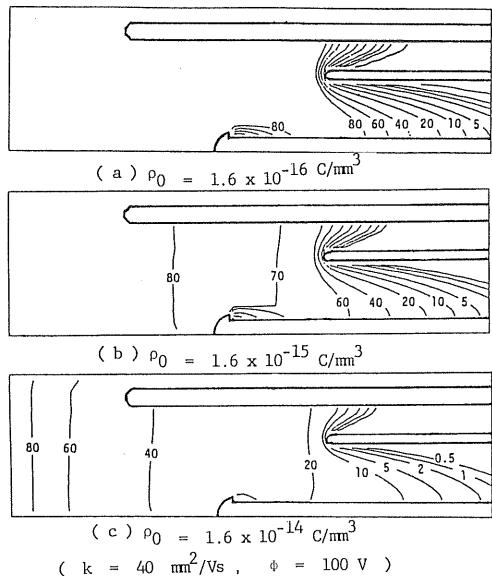


図 14 流入電荷密度による電荷密度分布の変化

Fig. 14 Normalized charge density distributions for different inflow charge densities.

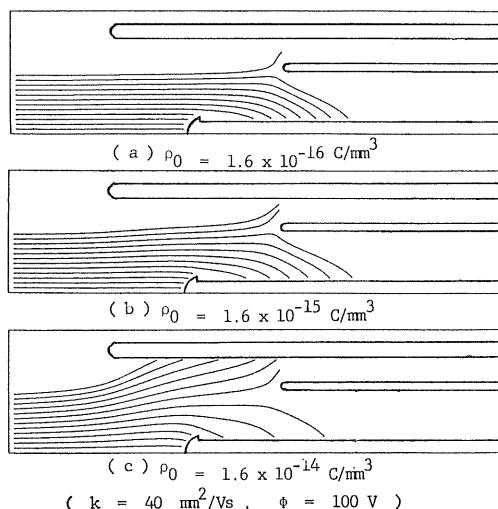


図 15 流入電荷密度によるイオン軌跡の変化

Fig. 15 Ion trajectories for different inflow charge densities.

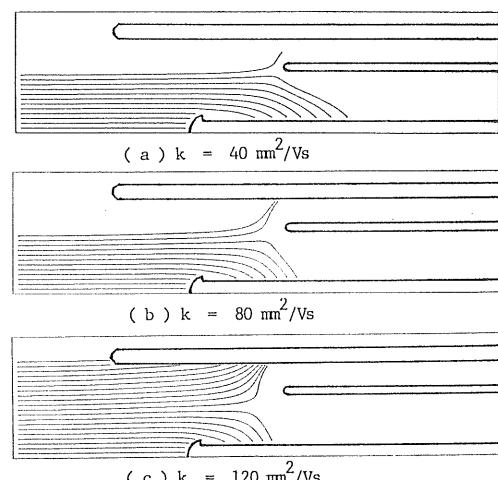


図 16 移動度によるイオン軌跡の変化

Fig. 16 Ion trajectories for different ion mobilities.

$V, \rho_0 = 1.6 \times 10^{-16} \text{ C/mm}^3$  とし,  $k$ を変化させた場合のイオンの軌跡を図 16 に示す。

以上の計算結果から,  $\phi=100 \text{ V}$  とし, 移動度  $k$ と流入イオンの電荷密度  $\rho_0$ を変化させた場合のイオン計の捕集率  $\eta$ を求めるところ 17 のようになった。 $\rho_0=1 \times 10^{-17} \text{ C/mm}^3$ 以下では空間電荷の影響が無視でき, 静電界中の  $\eta$ には等しいが,  $\rho_0$ を増加させると  $\eta$ が減少する。たとえば,  $k=40, 80$  と  $120 \text{ mm}^2/\text{Vs}$ のイオンに対する静電界中の  $\eta$ は, それぞれ  $83.4, 68.1$  と  $61.8\%$ となり, 空間電荷の影響でおののの  $k$ に対する  $\eta$ が静電界

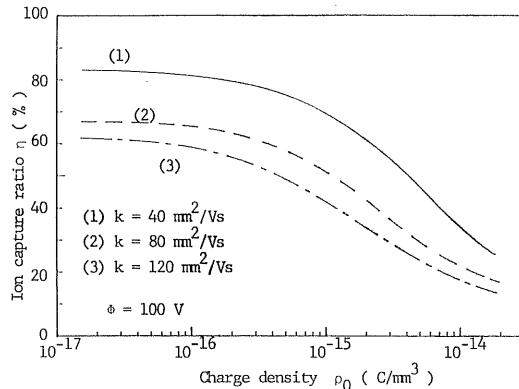


図 17 流入電荷密度と移動度による捕集率の変化

Fig. 17 Variations of ion capture ratio with inflow charge density and ion mobility.

中の  $\eta$  の 90% まで低下する  $\rho_0$  の値は、それぞれ  $4.3 \times 10^{-16}$ ,  $3.2 \times 10^{-16}$  と  $2.2 \times 10^{-16}$  C/mm<sup>3</sup> であるという結果が得られた。

なお、このイオン計を用いたイオン移動度の組成に関する実験結果については別途報告する予定である。

#### 4. まとめ

以上述べたことを要約すると次のようになる。

- 1) 試作した同軸円筒型イオン計の電極端部における静電界を電荷重畠法で計算し、イオンの軌跡と捕集率を計算した。

2) イオンの上流側を判別しながら電荷密度の計算を進めるように差分法のプログラムを改良し、この上流差分法を用いて、流入イオンの電荷密度と移動度を変化させた場合の電位・電荷密度分布を計算した。この結果にもとづいてイオン軌跡と捕集率特性を計算した。

最後に本研究を進めるにあたり、有益な討論をしていただきました神戸大学・荒井健次教授および元教務職員の薩谷泰資氏に深く感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) H. Israel : Gerlands Beitr. Geophys., 31 (1931) 173
- 2) M. Misaki : Pap. Meteorol. Geophys., Tokyo, 1 (1950) 313
- 3) E.C. Wipple, Jr. : J. Geophys. Res., 65, 11 (1960) 3679
- 4) 須田知孝、須永孝隆：放電研究, 104 (1985) 59
- 5) N.L. Allen and D. Dring : IEE Proc., 128, Part. A, 2 (1981) 132
- 6) 池田 勉、河本 正：電力中央研究所報告, 679001 (1979)
- 7) T. Takuma, T. Ikeda and T. Kawamoto : IEEE Trans. Power Appar. Syst., PAS-100 (1981) 4802
- 8) 藤岡伸宏、荒井健次、中村勝二、角田美弘：静電気学会講演論文集'85, 20 a-A1 (1985)
- 9) 藤岡伸宏、白津哲哉、角田美弘：昭和60年電気関係学会関西支部連合大会予稿集, G1-22 (1985)